社会経済学2 (2016年度後期)

第5回: グッドウィン・モデル

担当者: 佐々木 啓明*

*E-mail: sasaki@econ.kyoto-u.ac.jp; URL: http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/˜sasaki/

——はじめに——

今回取り上げるグッドウィン・モデルは, 景気循環と経済成長を同時に説明するモデルである.

Goodwin, R. (1967) “A growth cycle,” in C. H. Feinstein (ed.) *Socialism, Capitalism and Economic Growth, Essays Presented to Maurice Dobb*, Cambridge University Press, Cambridge, pp 54–58.

グッドウィン・モデルは, 均衡産出量が一定率で上昇していく (経済成長) というトレンドを持ち, そのトレンドを巡って現実の産出量が変動する「循環的成長」のモデルである. 景気循環と経済成長を同時に説明できる点で, 他のモデルより優れている.

さらに, モデルの構造が単純であるため, 拡張が容易である点も優れている. グッドウィン・モデルを雛形として, 各研究者が重要であると考える要素を追加していくことで, 目的に合ったモデルを構築しやすいという利点を持っている.

グッドウィン・モデルは, 前回説明した古典派慣習的賃金シェア・モデルとかなりの部分が共通している. 古典派成長モデルにおける仮定1と仮定2はそのまま採用されている. つまり, 労働者は賃金をすべて消費に回し, 資本家は利潤を貯蓄し, 貯蓄はすべて投資に自動的に回される.

異なる点は, 労働市場の定式化にある. 古典派慣習的賃金シェア・モデルでは, 実質賃金は労働生産性と同率で成長すると仮定されていたが, グッドウィン・モデルでは, 雇用率が上昇すると実質賃金の変化率が上昇するという定式化が採用されている. つまり, 実質賃金は労働市場の状況に応じて変動する.

——捕食者・被食者モデル——

グッドウィンは数理生物学の分野で有名なロトカ＝ヴォルテラの捕食者・被食者モデルを応用し, 労働者と資本家の「部分的には補完的だが, 部分的には敵対的な」関係を捉えた. アルフレッド・ロトカはアメリカの統計学者であり, ヴィト・ヴォルテラはイタリアの数学者である.

鮫を捕食者とし, 小魚を被食者としよう. 小魚の数が増えると, それを餌とする鮫の数が増える. しかし, 鮫の数が増えると, 今度は餌である小魚の数が減ってしまう. すると, それを食べる鮫の数が減ることになる. 鮫の数が減ると, 食べられる小魚の数が減るので, 小魚の数が増えることになる. このように, 捕食者と被食者は, 部分的には補完的だが, 部分的には敵対的な相互依存関係にある.

この事実を定式化してみる．小魚の数をx, 鮫の数をyとすれば, それぞれの変動を次式で表すことが可能である.

$$\dot{x} = (a - by)x, \quad a > 0,\ b > 0, \tag{1}$$

$$\dot{y} = -(c - dx)y \quad c > 0,\ d > 0. \tag{2}$$

これは, 開発者の名前にちなんで, ロトカ＝ヴォルテラ方程式と呼ばれている. この式の意味を説明しよう.

まず, 小魚の数の変動式を

$$\frac{\dot{x}}{x} = a - by \tag{3}$$

と変形する．aの部分は, 小魚の数が, 何もなければ, 一定率で増えてい

くことを捉えている. $-by$の部分は, 鮫の数に比例して, 小魚の数が減少していくことを捉えている. $a > by$であれば, 小魚の数は増えていき, $a < by$であれば, 小魚の数は減っていく.

つぎに, 鮫の数の変動式を

$$\frac{\dot{y}}{y} = -c + dx \tag{4}$$

と変形する. $-c$の部分は, 鮫は餌がなければ, 一定率で減少していくことを捉えている. dxの部分は, 小魚の数に比例して, 鮫の数が増えていくことを捉えている. $dx > c$であれば, 鮫の数は増えていき, $dx < c$であれば, 鮫の数は減っていく.

小魚と鮫の数は, 時間を通じてどのように変化していくのだろうか．位相図を描くと図のようになる．これより, 任意の初期値から出発した点は, 反時計回りに回転していくことがわかる．しかし, 位相図だけでは, 均衡に向かって収束していくのか, 均衡からどんどん離れていくのかはわからない. そこで, ヤコビ行列を計算してみよう.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{bc}{d} \\ \frac{ad}{b} & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

均衡が局所的に安定なる条件は, ヤコビ行列の行列式が正となり, 対角要素の和が負となることであり, すなわち, $\det \mathbf{J} > 0$, $\mathrm{tr}\, \mathbf{J} < 0$である.

実際に計算してみると,

$$\det \mathbf{J} = ac > 0, \tag{6}$$

$$\mathrm{tr}\, \mathbf{J} = 0. \tag{7}$$

となっていることがわかる. これより, このヤコビ行列に対応する固有値は, 純虚数となる.

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-ac} \tag{8}$$

したがって, 解軌道は閉軌道となる.

実は, ロトカ＝ヴォルテラ方程式のあらゆる軌道は閉軌道であることが知られている. つまり, 任意の初期値から出発すると, 反時計回りに回転し, 再び元の位置に戻ってくる. これがすべての初期値に対して成立する. これより, 次の図が得られる.

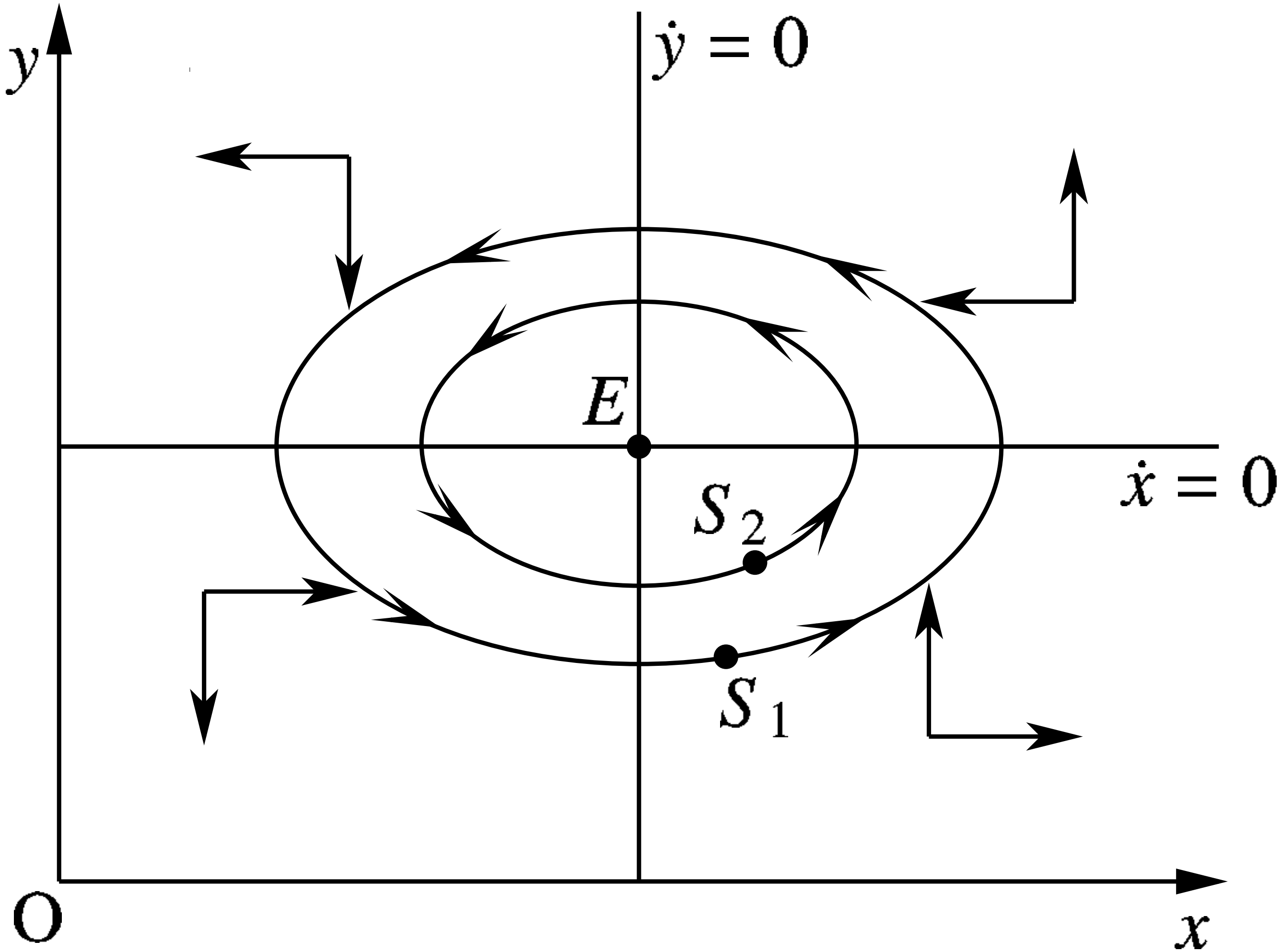

Figure 1: 捕食者・被食者モデルの軌道

——グッドウィン・モデル——

グッドウィン・モデルは, ロトカ = ヴォルテラ方程式を経済学に応用したモデルである.

1. 労働者と資本家が存在し, 労働者は賃金をすべて消費し, 資本家は利潤の一定割合 s_c を貯蓄する (オリジナルのグッドウィン・モデルでは, 資本家はすべての利潤を貯蓄する, すなわち $s_c = 1$ と仮定されている).

2. 貯蓄はすべて自動的に投資に回される (セー法則).

3. 労働生産性 $a = Y/E$ は一定率 γ で上昇する (E: 雇用量).

4. 労働供給 L は一定率 n で上昇する.

5. 産出・資本比率 $Y/K = \sigma$ は一定 (生産関数: $Y = \min\{aE, \sigma K\}$).

仮定 1 から仮定 5 までは, 古典派成長モデルとまったく同じ仮定である.

——雇用率の動学——

雇用率を $x = E/L$ とする. 生産関数より, 雇用量は $E = \sigma K/a$ と書き換えられるから,

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{K}}{K} - \gamma - n \tag{9}$$

が得られる.

財市場が均衡するとき, 投資 I は貯蓄 S に等しい．資本減耗がないとすれば, I は資本の増分 $\dot{K}$ に等しくなる．労働分配率を y とすれば, 貯蓄は $S = s_c(1-y)Y$ となるから,

$$\frac{\dot{K}}{K} = s_c\sigma(1-y) \tag{10}$$

が得られる. ここでは, 資本減耗率はゼロであると仮定されている.

以上より, 雇用率の変化率は次のようになる.

$$\frac{\dot{x}}{x} = s_c\sigma(1-y) - \gamma - n. \tag{11}$$

——労働分配率(賃金シェア)の動学——

ついで, 労働分配率の動学方程式を導出しよう. 労働分配率$y = w/a$の変化率は,

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{w}}{w} - \gamma \tag{12}$$

となる.

ここで, 実質賃金の決定について説明する. グッドウィン・モデルでは, 雇用率が上昇すると実質賃金の変化率が上昇するという定式化が採用されている.

$$\frac{\dot{w}}{w} = -\alpha + \beta x, \quad \alpha > 0,\ \beta > 0. \tag{13}$$

これは, 実質賃金フィリップス曲線とも呼ばれる. フィリップス曲線とは, 名目賃金率と失業率の間に負の相関があることを示した曲線である. イギリスの経済学者, アルバン・ウィリアム・フィリップスは, データを用いて, これら2変数間にトレード・オフの関係があることを発見した. グッドウィン・モデルでは, 名目賃金率ではなく, 実質賃金率が用いられている.

この定式化の経済学的意味は次のようになる. 雇用率が高いということは, 労働市場が逼迫しているということであり, このとき, 労働組合の交渉力は強いと考えられる. すると, 労働組合は高い実質賃金を要求するので, 実質賃金に上昇圧力が働く. 反対に, 雇用率が低くて失業者が多い場合, 労働組合の交渉力は弱いと考えられる. すると, 企業側の賃金抑制に妥協せざるを得ないので, 実質賃金に下降圧力が働く.

このような雇用率と実質賃金のリンクは, マルクスの着想に基づいている. そして, この効果のことは産業予備軍効果と呼ばれている. 産業予備軍とは, 相対的過剰人口とも呼ばれ, 失業者のプールのことを指す. 上の式は産業予備軍効果を定式化したものである.

以上より, 労働分配率の動学方程式が得られる.

$$\frac{\dot{y}}{y} = -\alpha + \beta x - \gamma. \tag{14}$$

——動学方程式と定常状態——

以上より, 雇用率と労働分配率の動学方程式が得られる.

$$\dot{x} = [(s_c\sigma - \gamma - n) - s_c\sigma y]x = (a - by)x, \tag{15}$$

$$\dot{y} = -[(\alpha + \gamma) - \beta x]y = -(c - dx)y. \tag{16}$$

ここで, $a = s_c\sigma - \gamma - n$, $b = s_c\sigma > 0$, $c = \alpha + \gamma > 0$, $d = \beta > 0$ と置いている. $s_c\sigma - \gamma - n > 0$ を仮定すれば, $a > 0$ が得られる. これを見るとわかるように, グッドウィン・モデルは, ロトカ＝ヴォルテラ・モデルと同じ構造をしている. したがって, 雇用率と労働分配率は反時計回りの閉軌道上を周回する. つまり, 永続的な景気循環が発生する.

定常状態は, $\dot{x} = \dot{y} = 0$ となる状態であり, 定常状態の雇用率と労働分配率は以下のようになる.

$$x^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}, \tag{17}$$

$$y^* = \frac{s_c\sigma - \gamma - n}{s_c\sigma}. \tag{18}$$

これらの値はともに0より大きく1より小さくなければならないので,

$$0 < \frac{\alpha + \gamma}{\beta} < 1, \tag{19}$$

$$0 < \frac{s_c\sigma - \gamma - n}{s_c\sigma} < 1 \tag{20}$$

という制約が課されなければならない.

——グッドウィン・モデルの解釈——

グッドウィン・モデルで景気循環が生じるのは, 以下の理由による. まず, 何らかの理由により失業率が低下したとしよう. すると, 労働者の交渉力が増大し, 産業予備軍効果を通じて実質賃金が上昇するので, 労働分配率が上昇する. これは, 利潤率の低下につながり, 資本蓄積率が低下する. 自然成長率より資本蓄積率が低下すると, 雇用機会が減少し, 失業率が上昇する. すると, 労働者の交渉力が低下し, 産業予備軍効果を通じて実質賃金が低下し, 労働分配率が低下する. これは利潤率の上昇につながり, 資本蓄積率が上昇する. 自然成長率より資本蓄積率が上昇すると, 雇用率が上昇する··· というプロセスが繰り返されていく.

これは, 資本主義経済が, 労使間の力関係の変化を通じて, 必然的に内生的な景気循環を生み出さざるを得ないメカニズムを内包していることを示している.

——グッドウィン・モデルの現実妥当性——

Harvie (2000, CJE) は, 先進国のデータを用いて, グッドウィン・モデルから得られる循環パターンが現実の循環的成長をどれだけ上手く説明できるかを実証分析した. それによれば, 循環の大きさという量的な側面を説明することはできないが, 循環の方向という質的な側面を説明することはできる, と結論づけた.

Zipperer and Skott (2011, JPKE) は, 各国の循環パターンのデータを提供している.

——グッドウィン・モデルにおける内生的技術進歩——

グッドウィン・モデルにおいて, 誘発的技術革新の議論を参考に, 労働生産性上昇率を労働分配率の増加関数とする.

$$g_a = g_a(y), \quad g_a'(y) > 0. \tag{21}$$

これにより, ヤコビ行列の要素 J_{22} はゼロではなく, $J_{22} = -g_a'(y^*)y^* < 0$ に変更される.

このとき, 行列式は正, 対角要素の和は負となり, 定常状態は局所的に安定となる.

経済は循環しながら定常状態へ収束する.

——最低賃金の導入——

グッドウィン・モデルにおいては, 1つの初期値に対応して, 1つの閉軌道が存在する．これは, 景気循環の幅が初期値に依存して決定されることを意味する. 景気循環は大きいよりも小さいほうが望ましいだろう．雇用率が大きく変動するということは, 雇われたり雇われなかったりということが頻繁に繰り返されるということであり, 労働者の生活に大きな影響を与える. また, 労働分配率が大きく変動するということは, 賃金が大きく変動するということであり, これも労働者の生活に大きな影響を与える．資本家に関しても同様であり, 経済の変動はできるだけ小さいほうが望ましいだろう.

どうすれば景気循環の幅を小さくすることができるだろうか. ここでは, そのような政策の 1 つとして, 最低賃金制度の導入を考えてみよう. 最低賃金制度とは, 賃金に下限を設定することであり, 先進諸国で採用されている政策である.

グッドウィン・モデルにおいて最低賃金を導入するということは, 実質賃金に$w = w_{\min}$という下限が設定することである. さらにこれは, 労働分配率yに$y_{\min} = w_{\min}/a$という下限を設定することと同値である.

この場合, 最低賃金(最低労働分配率)の水準をどこに設定するか, より具体的に言えば, 均衡における労働分配率$y^* = (s_c\sigma - \gamma - n)/(s_c\sigma)$より, $y_{\min}$が大きいか小さいかに応じて, 結論が異なる. このことを見ていこう.

まず, $y_{\min}$ を y^* より小さな値に設定した場合, 位相図は図2のようになる. これより, 景気循環の幅が小さくなることがわかる. これは, 最低賃金制度が有効に作用する例である.

つぎに, $y_{\min}$ を y^* より大きな値に設定した場合, 位相図は図3のようになる. これより, 最終的には, $(x, y) = (0, y_{\min})$ に収束することがわかる. つまり, 雇用率がゼロになってしまう. この結果は極端かもしれない. しかし, 政策当局が均衡値の大きさを正確に知らない場合, 最低賃金の値を均衡値より大きな値に設定してしまう可能性がある. これは, 最低賃金制度が有効に作用せず, かえって経済に悪影響を与えてしまう例である.

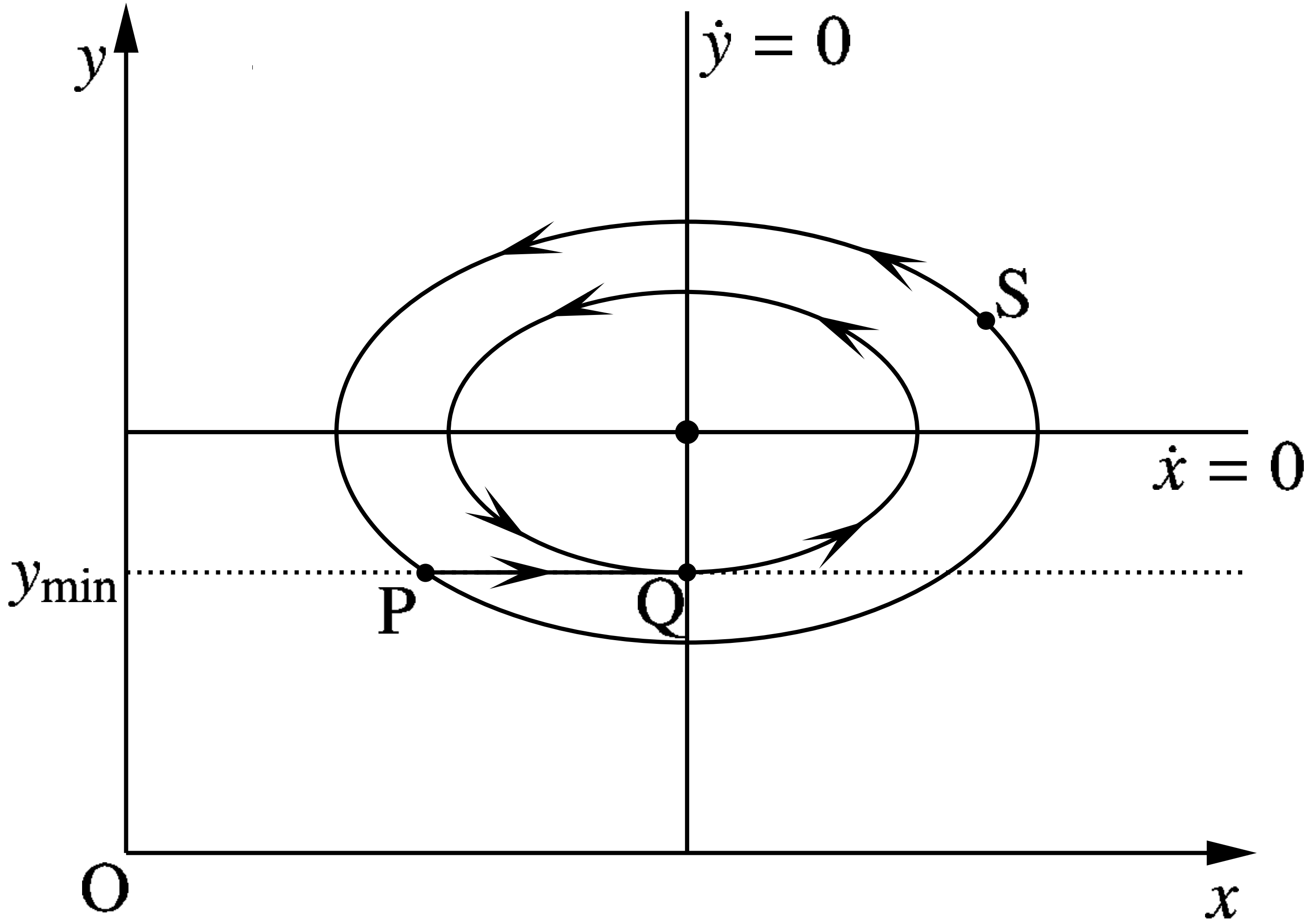

Figure 2: 最低賃金制度が適切な場合

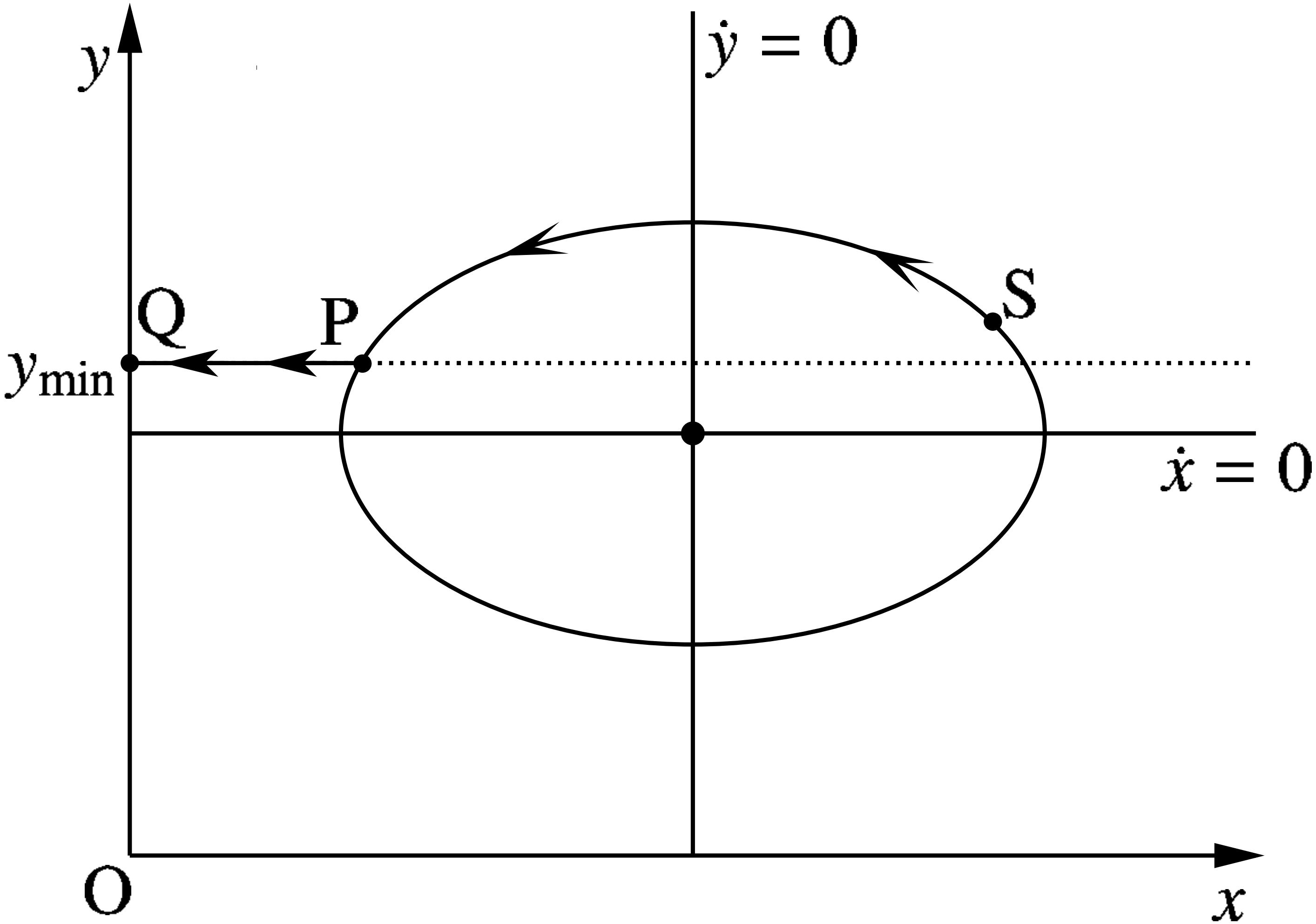

Figure 3: 最低賃金制度が不適切な場合