京都大学大学院経済学研究科
ディスカッションペーパーシリーズ

貿易と労働に関する最近の研究

Helpman et al. (2010) モデル

田中鮎夢

No.J-19-002

2020 年 3 月

〒606-8501
京都市左京区吉田本町
京都大学大学院経済学研究科

贸易と労働に関する最近の研究：Helpman et al. (2010) モデル

中央大学商学部准教授

京都大学大学院経済学研究科プロジェクトセンター リサーチフェロー

田中 鮎夢

論文要旨

貿易と国内賃金格差を巡る研究は，産業レベルから企業レベルへと焦点を移してきた。伝統的貿易理論はストルパー＝サミュエルソン定理に代表されるように，産業レベルの要因に焦点を当てていた。Melitz(2003)以降，企業の異質性を考慮した貿易理論が発展したことで，貿易と国内賃金格差の関係についても企業レベルの要因について理論的分析がなされるようになってきた。本稿は，企業レベルの要因に焦点を当てて国内賃金格差を分析した標準的な理論であるHelpman(2010)のモデルの詳細な検討を通して，貿易と国内賃金格差の関係について考察を深める。理論的な分析のみならず，数値分析や計量分析の可能性や方法についても検討する。その上で，現実に理論を近づける上での今後の課題について述べる。

貿易と労働に関する最近の研究：Helpman et al. (2010) モデル

中央大学商学部准教授
京都大学大学院経済学研究科プロジェクトセンター リサーチフェロー
田中 鮎夢

1. はじめに

トランプ氏は，2017 年 1 月にアメリカ合衆国大統領に就任後，対中関税を引き上げるなど保護主義的な貿易政策を採用してきた。こうした保護主義的貿易政策がアメリカ国民に支持される背景には，国際貿易が国内格差を生んでいるという懸念が指摘される。Autor et al. (2014) は，製造業の産業レベルの輸入データと組み合わせて，アメリカの労働者個々人のパネルデータ(1992～2007)を用いて，中国との輸入競争にさらされた産業の労働者ほど，その後の所得が低下し，公的扶助を得ることになる確率が高いことを明らかにしている。さらに， Autor et al. (2016) は，中国からの輸入の増大によって，共和党の得票率が上昇したと指摘する。

こうした貿易と格差を巡る現実を理解する一助となるべく，本稿は，企業の異質性を考慮して，貿易と国内賃金格差の問題を分析している代表的なモデルである Helpman(2010)を紹介・検討することとしたい。

2. 伝統的貿易理論の限界

国際貿易理論において，貿易と国内格差について考える出発点となるのは，ストルパー＝サミュエルソン定理である。ストルパー＝サミュエルソン定理は，ある財の相対価格の上昇は，その財に集約的に用いられている，生産要素の実質収益を増加させ，その他の生産要素の実質収益を減少させる，ということを主張するものである。ヘクシャー＝オリーン・モデルの枠組みの中で，Stolper and Samuelson (1941) によって最初に示された。

アメリカでは，1980 年代から大卒賃金プレミア（=非大卒に対して大卒の賃

金がどの程度高いのかを示すもの）が上昇してきた。1979 年には 48%ほどであったが，2012 年には 96%ほどになっている（Helpman, 2018)。この大卒賃金プレミアの上昇の原因の一部が国際貿易であるのではないかという仮説は，アメリカにおいて広く検証されてきた。

その仮説は,ストルパー＝サミュエルソン定理が理論的な根拠となっている。ヘクシャー＝オリーン・モデルに従って考察する。いま，先進国が高技能労働者豊富国（大卒労働者豊富国)，途上国が低技能労働者豊富国（非大卒労働者豊富国）であるとしよう。さらに，「高技能労働者の賃金＞低技能労働者の賃金」が成り立っているとする。ヘクシャー＝オリーン定理に従えば，先進国は，高技能労働者集約財の輸出を行う。結果として，先進国では，高技能労働者集約財の相対価格上昇が生じる。ストルパー＝サミュエルソン定理によれば，この時，高技能労働者の実質賃金は上昇し，低技能労働者の実質賃金は下落し，賃金格差が拡大するはずである。逆に，途上国では，高技能労働者の実質賃金は低下し，低技能労働者の実質賃金は上昇し，賃金格差が縮小するはずである。

しかし，これまでの実証研究からは，ストルパー＝サミュエルソン定理が現実の賃金格差を十分に説明できないことが分かっている。例えば，アメリカにおいて高技能労働者集約財の相対価格上昇は生じていない。また，メキシコなど途上国でも賃金格差が拡大していることが分かっている。

伝統的貿易理論は，産業レベルの要因に焦点を当てた理論であり，輸出企業の平均賃金が高いことを説明することもできなかった。そのため，近年，伝統的貿易理論に代わる理論が開発されてきた。

3. Helpman et al. (2010) モデル

3-1 モデルの概要

輸出企業の平均賃金が高いことを示す理論モデルは複数あるが，本稿では，代表的なモデルである Helpman et al. (2010) モデルを検討する。Helpman et al. (2010) モデルは，不完全な労働市場を Melitz (2003) タイプの独占的競争モデルに組み入れ，輸出企業の平均賃金が高いことを示したモデルである。不

完全な労働市場をモデル化する際に，労働市場に摩擦があることを仮定している。

まず，集計消費指標として，

$$Q = \left[\int_{j\in J} q(j)^{\beta}\, dj\right]^{\frac{1}{\beta}}, \qquad 0 < \beta < 1$$

を仮定する。ここで，$q(j)$は，製品 j への需要であり，独占的競争モデルではよく知られているように，

$$q(j) = A^{\frac{1}{1-\beta}} p(j)^{-\frac{1}{1-\beta}}$$

となる。ここで，$A = E^{1-\beta}P^{\beta}$である。Eは総支出，Pは物価（価格指標）を表す。この時，企業の収入は，式（1）を利用すると，

$$r(j) = p(j)q(j) = A\, q(j)^{\beta} \tag{1}$$

となる。

3-2　異質な企業と異質な労働者

Helpman et al. (2010) モデルの特徴の一つは，企業の生産性のみならず，労働者の生産性が確率分布に従うと仮定している点である。具体的には，それがパレート分布に従うと仮定している。まず，企業の生産性θは，パレート分布：

$$G_{\theta}(\theta) = 1 - \left(\frac{\theta_{min}}{\theta}\right)^{z}$$

に従うと仮定されている。ここで，$\theta \geq \theta_{min} > 0$，$z > 1$であり，$\theta_{min}$は生産性の下限値，$z$はパレート分布の形状パラメータである。企業の生産性の密度関数は，$g_\theta(\theta) = z\theta_{min}^{z}\theta^{-z-1}$となる。同様に，労働者の能力は，パレート分布：

$$G_a(a) = 1 - \left(\frac{a_{min}}{a}\right)^k$$

に従うと仮定されている。ここで，$a \geq a_{min} > 0$，$k > 1$であり，a_{min}は労働者の能力の下限値，kはパレート分布の形状パラメータである。労働者の能力の密度関数は，$g_a(a) = ka_{min}^{k}a^{-k-1}$となる。図 1 は，労働者の能力のパレート分布を図示したものである。パレート分布の性質から，能力の低い労働者は相対的に多く，能力の高い労働者ほど相対的に少ないことがわかる。なお，パレート分布の期待値は補論 1 より，

$$E(a) = \frac{ka_{min}}{k-1}, \qquad \text{for } k > 1$$

となる。この式から，労働者の平均能力を求めることができる。

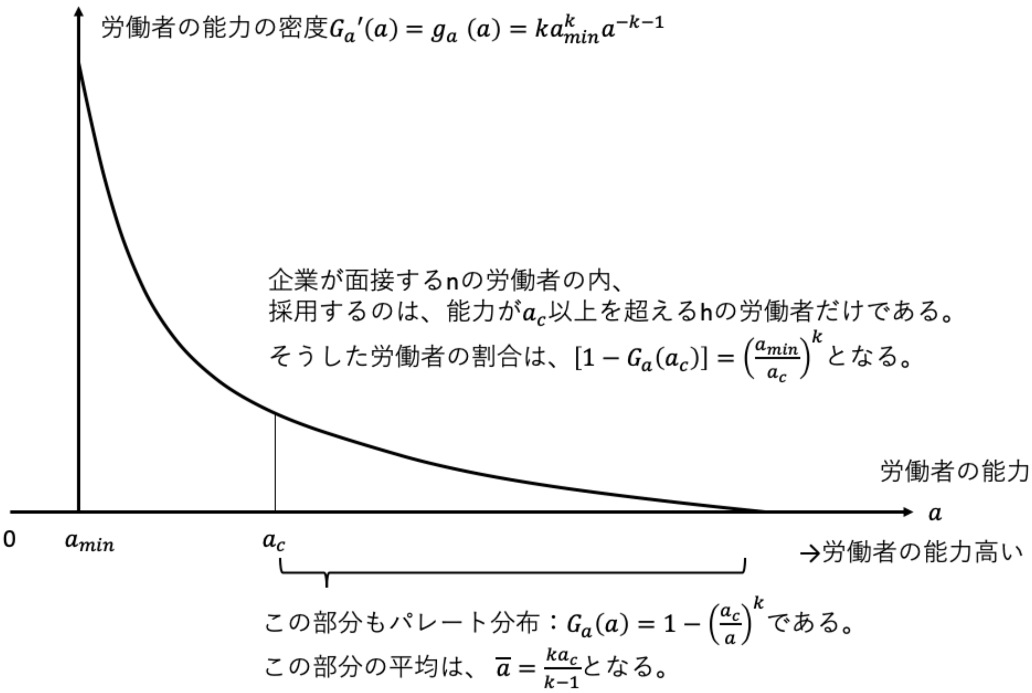

図 1 労働者の能力のパレート分布

3-3　企業の生産・雇用

企業の生産関数は，アウトプットをyで表すと，

$$y = \theta h^{\gamma} \overline{a} \tag{2}$$

で与えられる。ここで，$\gamma \in (0,1)$はパラメータである。Melitz モデルと同様に，企業の生産性θに応じて，アウトプットが大きくなる。また，従業者数hに応じて，アウトプットが大きくなる。加えて，従業者の平均的能力$\overline{a}$が高いほど，アウトプットが大きくなる。

労働市場については Diamond–Mortensen–Pissarides アプローチがとられている。つまり，労働市場は不完全であり，search and matching frictions がある。まず，企業は労働者一人あたりb単位の探索費用（search cost）を負わなければならない。労働者をn人探索すると，探索費用は

$$bn$$

かかる（なお，モデル上nは連続変数であるが，ここでは分かりやすく表現するために離散変数（整数）であるかのように記している）。多くの労働者を雇用しようとするほど，多くの探索費用が必要になる。また，企業が能力がa_c以上の労働者に選別するためには，

$$\frac{ca_c^{\delta}}{\delta}$$

の審査費用(screening cost)が必要となる。ここで，cとδは正のパラメータである。能力の高い労働者を雇おうとすれば，それだけ多くの審査費用が求められる。企業は，労働者をn人サーチ（審査）するが，能力がa_c以上の労働者数hのみを雇用する。雇用者数hは，パレート分布の仮定から，

$$h = n[1 - G_a(a_c)] = n\left(\frac{a_{min}}{a_c}\right)^k$$

となる。雇用者の平均能力は，

$$\overline{a} = \frac{ka_c}{k-1}$$

となる。これは，任意の値で切断されたパレート分布もやはりパレート分布となるという性質と既述のパレート分布の期待値の公式を用いている。

　上記のように労働市場で決まる雇用者数hとその平均的能力$\overline{a}$を生産関数$y = \theta h^{\gamma}\overline{a}$に代入すると，企業の生産関数は

$$y = \theta\left[n\left(\frac{a_{min}}{a_c}\right)^k\right]^\gamma \left[\frac{ka_c}{k-1}\right] = \kappa_y \theta n^\gamma a_c^{1-\gamma k} \tag{3}$$

と書き換えられる。ここで，$\kappa_y \equiv \frac{k}{k-1} a_{min}^{\gamma k}$ である。

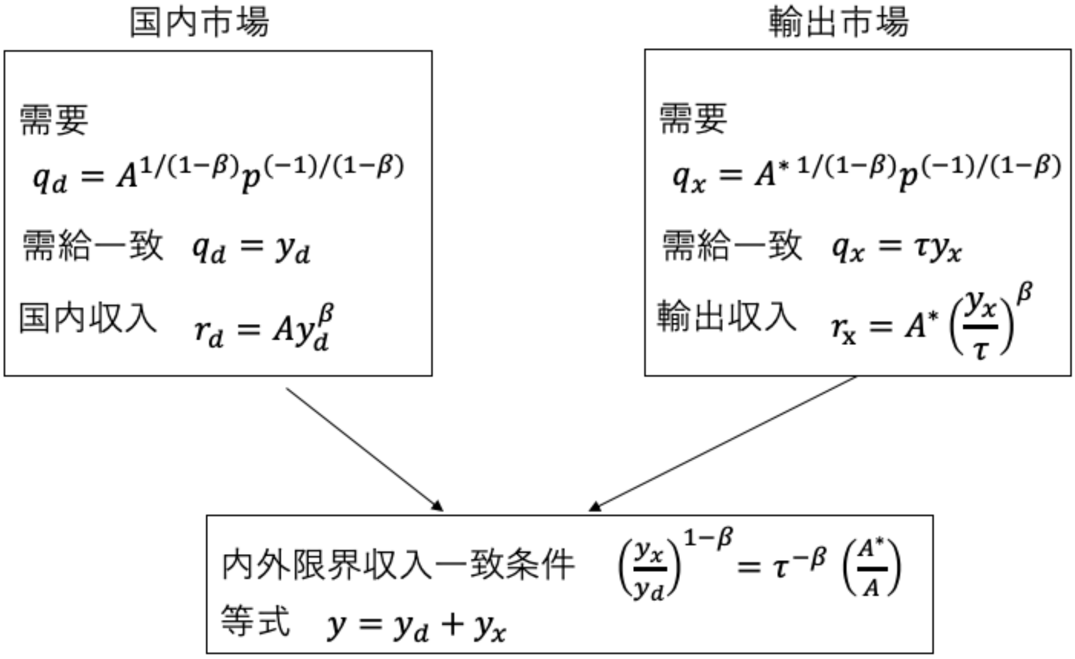

図 2 国内向けと輸出向けの生産量の決定

3-4 国内向けと輸出向けの生産量・輸出量

企業は，国内需要$q_d = A^{1/(1-\beta)} p^{(-1)/(1-\beta)}$と外国需要$q_x = A^{*\,1/(1-\beta)} p^{(-1)/(1-\beta)}$に直面している。そこで，国内収入$r_d = Ay_d^\beta$の限界収入$\frac{\partial r_d}{\partial y_d} = \beta A y_d^{\beta-1}$と輸出収入$r_x = A^*\left(\frac{y_x}{\tau}\right)^\beta$の限界収入$\frac{\partial r_x}{\partial y_x} = \frac{\beta A^* y_x^{\beta-1}}{\tau^\beta}$が一致するように，国内向け$y_d$と輸出向け$y_x$の生産量を決定する。限界収入一致条件は $\beta A y_d^{\beta-1} = \frac{\beta A^* y_x^{\beta-1}}{\tau^\beta}$ であり，整理すると，

$$\left(\frac{y_x}{y_d}\right)^{1-\beta} = \tau^{-\beta}\left(\frac{A^*}{A}\right)$$

となる。また，国内向けの生産量y_dと輸出向けの生産量y_xの合計が企業の生産量yであるので，

$$y = y_d + y_x \tag{4}$$

が成り立つ。また，輸出市場の相対的な重要性を表す変数：

$$\Upsilon_x(\theta) \equiv 1 + \tau^{-\beta/(1-\beta)} \left(\frac{A^*}{A}\right)^{1/(1-\beta)}$$

を導入する。さらに，輸出する場合 1 をとる輸出ダミーI_xを用いて，輸出があるときは$\Upsilon(\theta) = \Upsilon_x(\theta)$，輸出がないときは$\Upsilon(\theta) = 1$となる市場アクセス変数：

$$\Upsilon(\theta) \equiv \frac{y}{y_d} = 1 + I_x \tau^{-\frac{\beta}{1-\beta}} \left(\frac{A^*}{A}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \tag{5}$$

を定義しておく。上記の式を連立し，国内向けの生産量は

$$y_d = \frac{1}{\Upsilon(\theta)} y$$

輸出向けの生産量は，

$$y_x = \frac{\Upsilon(\theta) - 1}{\Upsilon(\theta)} y$$

と表すことができる。市場アクセス変数$\Upsilon(\theta)$は，定義から，輸出していないと 1

をとるが，輸出していると 1 を超える値を取り，輸出額が多いほど大きな値になる。

3-5　企業の利潤

企業と労働者は, Nash 均衡の一般化である Stole and Zwiebel (1996a, 1996b) に従って，収入を分配する。企業の収入シェアは，

$$\frac{1}{1+\beta\gamma}$$

となり，労働者の収入シェア（労働分配率）は，

$$\frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}$$

となる。この時, まず輸出を考えずに国内収入のみを考えれば, 企業の利潤は,

$$\pi(\theta)=\frac{1}{1+\beta\gamma}A\underbrace{\left(\kappa_y\theta n^{\gamma}a_c^{1-\gamma k}\right)}_{y}^{\beta}-bn-\frac{c}{\delta}a_c^{\delta}-f_d \tag{6a}$$

となる。ここで，f_dは国内生産の固定費用である。また，$y=\kappa_y\theta n^{\gamma}a_c^{1-\gamma k}$を利用している。輸出がある場合の利潤は,

$$\pi(\theta)=\frac{1}{1+\beta\gamma}[\Upsilon_x(\theta)]^{1-\beta}A\underbrace{\left(\kappa_y\theta n^{\gamma}a_c^{1-\gamma k}\right)}_{y}^{\beta}-bn-\frac{c}{\delta}a_c^{\delta}-f_d-f_x \tag{6b}$$

として表すことができる。ここで，f_xは輸出の固定費用である。既述のように，国内限界収入=輸出限界収入となるように，国内向け生産量と海外向け生産量

を決定する限界収入一致条件を用いることで，国内収入と輸出収入を分離している。

輸出がある場合とない場合の利潤をまとめて書くことを考える。$\Upsilon_x(\theta)$の代わりに，市場アクセス変数$\Upsilon(\theta)$を用いると，企業の利潤は，

$$\pi(\theta) = \max_{n,a_c,I_x}\left\{\frac{1}{1+\beta\gamma}[\Upsilon(\theta)]^{1-\beta}A\underbrace{\left(\kappa_y\theta n^{\gamma}a_c^{1-\gamma k}\right)}_{y}^{\beta} - bn - \frac{c}{\delta}a_c^{\delta} - f_d - I_x f_x\right\} \tag{6c}$$

と表せる。

企業は 3 つの選択変数を決定し，利潤最大化を図る。1 つ目は，輸出の有無I_xである。輸出すると，収入増加するが，輸出固定費用がかかる。2 つ目は，労働者のサーチ数nである。サーチする労働者数n多いほど雇用者数hも多くなり，生産は増加する。一方で，サーチ数多いほど，探索費用bnが増加する。3 つ目に，企業は，雇用する労働者の能力の下限（足切り値）a_cを決める。労働者の平均能力高いほど，生産は増加するが，審査費用$\frac{c}{\delta}a_c^{\delta}$も増加する。

まず，Melitz (2003) と同じく，企業は輸出閾値θ_xを越えれば，輸出を行う。また，サーチする労働者数nと雇用する労働者の能力の足切り値a_cについても，一階の条件（FOC）を求めることができる。サーチする労働者数nについての FOC は，

$$\frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}r(\theta) = bn(\theta) \tag{FOC1}$$

である。生産性θが高いと，収入$r(\theta)$が多く，サーチ数$n(\theta)$が大きくなることがわかる。ただし，この式は，収入$r(\theta)$もサーチ数$n(\theta)$に依存するため，closed-form ではない。次に，雇用する労働者の能力の足切り値a_cについての FOC は，

$$\frac{\beta(1-\gamma k)}{1+\beta\gamma} r(\theta) = c\, a_c(\theta)^{\delta} \qquad (FOC2)$$

である。生産性θが高いと，収入$r(\theta)$が多く，雇用する労働者の能力の足切り値a_cが高くなることがわかる。この式も closed-form にはなっていないが，サーチ数$n(\theta)$も能力の足切り値$a_c(\theta)$も，生産性が高いほど大きな値になることは確認できる。補論 2 において，サーチ数n，足切り値a_cを外生変数で表した式を掲載する。

各企業の平均賃金 w は，FOC と労働分配率が$\frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}$であること，$h = n\left(\frac{a_{min}}{a_c}\right)^k$という関係を用いて，

$$w(\theta) = \frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}\frac{r(\theta)}{h(\theta)} = b\,\frac{n(\theta)}{h(\theta)} = b\left(\frac{a_c(\theta)}{a_{min}}\right)^k$$

と表せる。生産性が高い企業ほど，労働者の能力下限$a_c(\theta)$が高いので，平均賃金は高くなる。ここで，能力の足切り値$a_c(\theta)$が内生変数である。補論 2 において，平均賃金 w を外生変数で表した式を掲載する。

抽出された条件付きの期待賃金は，全ての企業で一定の値bとなる。

$$\frac{w(\theta)h(\theta)}{n(\theta)} = b$$

生産関数や FOC を使って，収入も外生変数で表現することができる。

$$r(\theta) = \kappa_r\left[c^{-\beta(1-\gamma k)/\delta} b^{-\beta\gamma} \Upsilon(\theta)^{1-\beta} A\theta^{\beta}\right]^{1/\Gamma} \qquad (8)$$

ここで，

$$\Gamma \equiv 1 - \beta\gamma - \frac{\beta(1-\gamma k)}{\delta} > 0,$$

$$\phi_1 \equiv \left[\frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}\left(\frac{k a_{min}^{\gamma k}}{k-1}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\Gamma}},$$

$$\phi_2 \equiv \left(\frac{1-\gamma k}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\delta\Gamma}},$$

$$\kappa_r \equiv \phi_1 \phi_2^{\beta(1-\gamma k)}$$

である。外生変数で収入(8)を表現できたので，利潤も外生変数で表現できる。利潤は

$$\pi(\theta) = \frac{\Gamma}{1+\beta\gamma} r(\theta) - f_d - I_x(\theta) f_x$$

であり，収入の式（8）を代入すると，

$$\pi(\theta) = \frac{\Gamma}{1+\beta\gamma} \underbrace{\kappa_r \left[c^{-\beta(1-\gamma k)/\delta} b^{-\beta\gamma} \Upsilon(\theta)^{1-\beta} A \theta^{\beta}\right]^{1/\Gamma}}_{r(\theta)} - f_d - I_x(\theta) f_x \tag{9}$$

となる。

3-6　労働市場

労働市場は，標準的な Diamond–Mortensen–Pissarides アプローチで定式化されている。サーチコスト b は，労働市場の逼迫度合い x に応じて増加すると仮定する。

$$b = \alpha_0 x^{\alpha_1}, \qquad \alpha_0 > 1,\ \alpha_1 > 0 \tag{10}$$

ここで，労働市場の逼迫度合い x は，$x=\frac{N}{L}$であり，供給側の職を求める労働者 L と需要側の抽出される労働者 N の比率（抽出される確率）に一致する。労働市場で企業の労働需要が大きく，抽出される労働者 N が多いほど，労働市場の逼迫度合い x は増し，サーチコスト b が上昇する。

また，労働者の他部門での外生的な期待賃金であるアウトサイドオプション ωは，抽出される確率 x にその場合の期待賃金 b を掛け合わせたものと一致する。

$$\omega = x\,b \tag{11}$$

これら（10)，（11）式から，労働市場の均衡におけるサーチコスト b と労働市場の逼迫度合い x が以下のように決まる。

$$b = \alpha_0^{\frac{1}{1+\alpha_1}}\omega^{\frac{\alpha_1}{1+\alpha_1}}, \qquad x = \left(\frac{\omega}{\alpha_0}\right)^{\frac{1}{1+\alpha_1}} \tag{12}$$

期待賃金（アウトサイドオプション）ω が高いほど，サーチコスト b は大きくなる。また，期待賃金（アウトサイドオプション）ω が高いほど，労働市場の逼迫度合い x が高まる。

3-7　閾値

企業の利潤式（28）から，Melitz(2003)と同様に，生産性閾値を求めることができる。まず，利潤がゼロになる時の条件：

$$\frac{\Gamma}{1+\beta\gamma}\underbrace{\kappa_r\left[c^{-\beta(1-\gamma k)/\delta}b^{-\beta\gamma}A{\theta_d}^{\beta}\right]^{1/\Gamma}}_{r(\theta)} = f_d \tag{13}$$

から，国内閾値θ_dが決まる。同様に，国内のみの利潤と輸出を含んだ利潤が一

致する時の条件：

$$\frac{\Gamma}{1+\beta\gamma}\kappa_r\left[c^{-\beta(1-\gamma k)/\delta}b^{-\beta\gamma}A{\theta_x}^{\beta}\right]^{1/\Gamma}\left[{\Upsilon_x}^{(1-\beta)/\Gamma}-1\right]=f_x \qquad (14)$$

から，輸出閾値θ_xが決まる。2 つの条件式から，国内閾値と輸出閾値の関係について，

$$\left[\frac{\theta_x}{\theta_d}\right]^{\beta/\Gamma}\left[{\Upsilon_x}^{(1-\beta)/\Gamma}-1\right]=\frac{f_x}{f_d} \qquad (15)$$

という式が導ける。また，自由参入条件:

$$\int_{\theta_d}^{\infty}\pi(\theta)\,dG_\theta(\theta)=f_e$$

は，（13)，（14）式を利用して，閾値を基準とすることで，

$$f_d\int_{\theta_d}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}-1\right]dG_\theta(\theta)+f_x\int_{\theta_x}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_x}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}-1\right]dG_\theta(\theta)=f_e \qquad (16a)$$

となる。補論 3 において，自由参入条件$(16a)$を外生的なパラメータで書き換えた式を導出する。

3-8　閾値を用いた企業変数

閾値の式を用いて，企業変数を書き換えることができる。国内利潤がゼロとなる国内生産性閾値の企業の収入r_d，雇用h_d，賃金w_dをそれぞれ，

$$r_d \equiv \frac{1+\beta\gamma}{\Gamma} f_d,$$

$$h_d \equiv \frac{\beta\gamma}{\Gamma}\frac{f_d}{\mathrm{b}}\left[\frac{\beta(1-\gamma k)}{\Gamma}\frac{f_d}{\mathrm{c}a_{min}^{\delta}}\right]^{-\frac{k}{\delta}},$$

$$w_d \equiv b\left[\frac{\beta(1-\gamma k)}{\Gamma}\frac{f_d}{\mathrm{c}a_{min}^{\delta}}\right]^{\frac{k}{\delta}}$$

と表せる。これら最下限の収入，雇用，賃金を表す変数を用いて，各生産性の企業の収入，雇用，賃金を以下のように表すことができる。

$$r(\theta) = Y(\theta)^{\frac{(1-\beta)}{\Gamma}} \cdot r_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}$$

$$h(\theta) = Y(\theta)^{\frac{(1-\beta)\left(1-\frac{k}{\delta}\right)}{\Gamma}} \cdot h_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta\left(1-k\frac{k}{\delta}\right)}{\Gamma}}$$

$$w(\theta) = Y(\theta)^{\frac{k(1-\beta)}{\delta\Gamma}} \cdot w_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta k}{\delta\Gamma}}$$

これらの式から，生産性が高い企業は，収入も雇用者数も賃金も高いことがわかる。

4. 数値分析

Helpman et al. (2010) のモデルは，労働市場の摩擦を取り入れた結果，Melitz(2003)よりもモデルが複雑になり，解析的な分析が難しい。Helpman et al. (2008)は，パラメータを特定して，数値分析も行っている。本稿でも，Helpman et al. (2008) に従い，パラメータの数値として以下のものを用いて，モデルの特徴や含意を検討する。

- 効用関数のパラメータ：$\beta = 0.75$
- 企業の生産性のパレート分布の形状パラメータ：$z = 2.6$
- 労働者の能力のパレート分布の形状パラメータ：$k = 2$
- 労働者の能力の下限値・企業の生産性の下限値：$a_{min} = \theta_{min} = 1$
- 生産関数の雇用者数の弾力性：$\gamma = \frac{1}{3}$
- 外国市場への輸送費：$\tau = 1.5$
- 審査費用のパラメータ：$\delta = 3.5k = 7$
- 審査費用のパラメータ：$c = 0.28$
- 探索費用の単位費用：$b = 1.05$
- 国内生産固定費用と参入埋没費用の比率：$\frac{f_d}{f_e} = 1.6 \ or \ \frac{f_e}{f_d} = 0.625$
- 輸出固定費用と国内生産固定費用の比率：$\frac{f_x}{f_d} = 0.2$

この時,

$$\Gamma \equiv 1 - \beta\gamma - \frac{\beta(1-\gamma k)}{\delta} = 0.7143,$$

$$\phi_1 \equiv \left[\frac{\beta\gamma}{1+\beta\gamma}\left(\frac{k a_{min}^{\gamma k}}{k-1}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\Gamma}} = 0.2175,$$

$$\phi_2 \equiv \left(\frac{1-\gamma k}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\delta\Gamma}} = 1,$$

$$\kappa_r \equiv \phi_1 \phi_2^{\beta(1-\gamma k)} = 0.2175$$

となる。

また, 労働者の能力の密度関数は, $g_a(a) = k a_{min}^{k} a^{-k-1}$である。パラメータについて, $k = 2$と$a_{min} = 1$を代入すると, $g_a(a) = 2a^{-3}$となる。この能力の密度関数をグラフにしたのが図 3 である。同様に, 企業の生産性の密度関数は, $g_\theta(\theta) = z\theta_{min}^{z}\theta^{-z-1}$である。パラメータについて, $z = 2.6$と$\theta_{min} = 1$を代入すると, $g_\theta(\theta) = 2.6\theta^{-3.6}$となる。この生産性の密度関数をグラフにしたのが図 4 である。

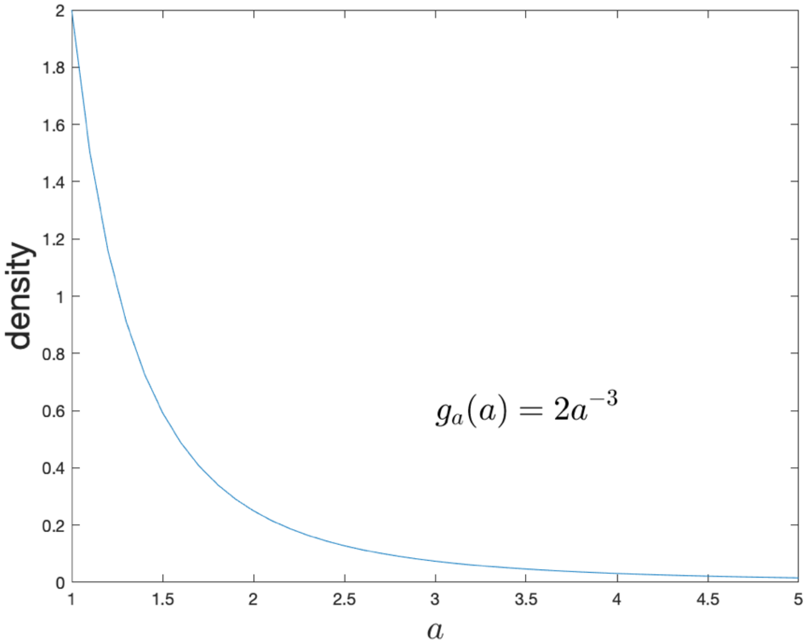

図 3：労働者の能力のパレート分布

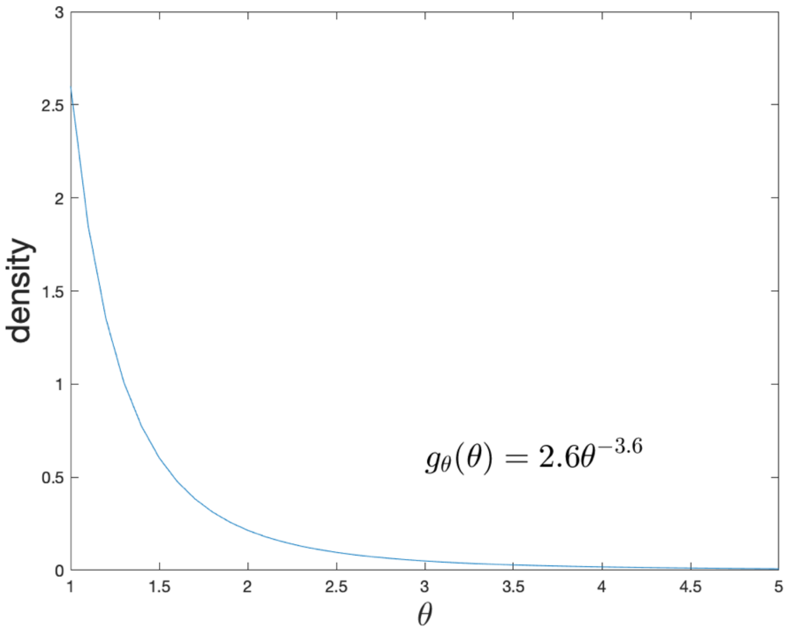

図 4：企業の生産性のパレート分布

また，生産性閾値の関係に関する式（15）にパラメータの値を代入することで，$\theta_x/\theta_d = 2.03$が得られる。この式を自由参入条件(16b)に代入すれば，国内閾値生産性を$\theta_d = 1.0439$と求めることができる。従って，輸出閾値生産性は，$\theta_x = 2.1192$となる。

生産性の分布関数$G_\theta(\theta) = 1 - \theta^{-2.6}$であるので，退出する企業の割合は，$G_\theta(\theta_d) = 1 - {\theta_d}^{-2.6} = 0.1058$より，約 10.1%である。市場に存在する企業の生産性の分布は$F_\theta(\theta) = 1 - \left(\frac{\theta_d}{\theta}\right)^z$であるので，その中での輸出企業の割合は，$1 - F_\theta(\theta_x) = {\theta_x}^{2.6}{\theta_x}^{-2.6} = 0.1587$と計算できるので，約 15.9%である。

分析を容易にするために，自国と外国が対称的であるという仮定をおく。そのため，$A = A^*$となる。この時，$\Upsilon_x(\theta) \equiv 1 + \tau^{-\beta/(1-\beta)}\left(\frac{A^*}{A}\right)^{1/(1-\beta)} = 1 + \tau^{-\beta/(1-\beta)} = 1.2963$となる。従って，

$$\Upsilon(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta < 2.1192 \\ 1.2963, & \theta \geq 2.1192 \end{cases}$$

となる。国内生産性閾値の企業の収入r_d，雇用h_d，賃金w_dはそれぞれ，

$$r_d \equiv \frac{1+\beta\gamma}{\Gamma} f_d = \frac{7}{4} f_d,$$

$$h_d \equiv \frac{\beta\gamma}{\Gamma}\frac{f_d}{\mathrm{b}}\left[\frac{\beta(1-\gamma k)}{\Gamma}\frac{f_d}{ca_{min}^{\delta}}\right]^{-\frac{k}{\delta}} = 0.35\frac{f_d}{\mathrm{b}}\left[0.35\frac{f_d}{\mathrm{c}}\right]^{-2/7} = 0.3127 f_d,$$

$$w_d \equiv b\left[\frac{\beta(1-\gamma k)}{\Gamma}\frac{f_d}{ca_{min}^{\delta}}\right]^{\frac{k}{\delta}} = b\left[0.35\frac{f_d}{\mathrm{c}}\right]^{2/7} = 1.1191 f_d$$

と表せる。これらの結果を用いると，各生産性の企業の収入，雇用，賃金は

$$r(\theta) = \Upsilon(\theta)^{\frac{(1-\beta)}{\Gamma}} \cdot r_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}} = \Upsilon(\theta)^{0.35} \cdot \frac{7}{4} f_d \cdot \left(\frac{\theta}{1.0439}\right)^{1.05}$$

$$h(\theta) = Y(\theta)^{\frac{(1-\beta)\left(1-\frac{k}{\delta}\right)}{\Gamma}} \cdot h_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta\left(1-k\frac{k}{\delta}\right)}{\Gamma}} = Y(\theta)^{0.25} \cdot 0.3127 f_d \cdot \left(\frac{\theta}{1.0439}\right)^{1.05}$$

$$w(\theta) = Y(\theta)^{\frac{k(1-\beta)}{\delta\Gamma}} \cdot w_d \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta k}{\delta\Gamma}} = Y(\theta)^{0.1} \cdot w_d \cdot \left(\frac{\theta}{1.0439}\right)^{0.3}$$

となる。最後の賃金式において，$f_d = 1.6$と設定して，非輸出企業，輸出企業それぞれの賃金w(θ)を企業の生産性θの関数として描いたのが，図５である。輸出企業の賃金は実線，非輸出企業の賃金は破線で描いている。輸出閾値生産性を越えると，賃金は破線から実線にジャンプする。輸出企業の賃金が非輸出企業よりも高いことが確認できる。

紙幅の関係で行わないが，輸出輸送費，労働市場のパラメータなどを変化させて分析することで，賃金がどのように変化するのか，シミュレーション分析することができる。

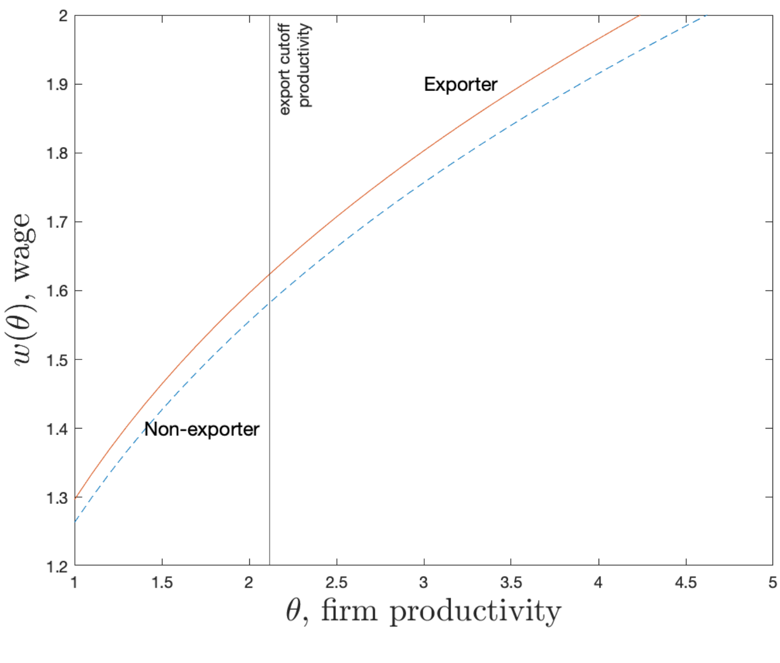

図５：企業の生産性と賃金

5. モデルの推定と今後の課題

Helpman et al. (2010)は，企業の生産性が高いほどその企業の賃金が高くなることは示すが，労働者の能力と個々の労働者の賃金との関係については，十分に分析していない。生産性の高い企業は，採用の際の足切り値を高く設定するので，能力の高い労働者を雇用する傾向にあることは言える。しかし，Helpman et al. (2010)は，個々の労働者の賃金について，立ち入った分析は行っていない。Helpman et al. (2010) のモデルでは，労使交渉の結果，収入の一定割合が労働者に配分される。その労働分配率は，上記の数値例を用いれば，20%である。Helpman et al. (2010) は，労働者全体に分配された収入の 20%がさらに個々の労働者にどのように分配されるかは議論していない。

こうした限界もあり，現実のデータを用いてモデルを検証する際には，工夫が必要であろう。ブラジルのデータを用いてモデルを検証した，Helpman et al. (2016)は，Helpman et al. (2010) のモデルを単純化するとともに，大きく 2 点修正を加えている。1 つは，労働者の審査費用$\frac{c}{\delta}a_c^{\delta}$を$e^{-\eta}\frac{c}{\delta}a_c^{\delta}$としている。ここで，$\eta$は，企業ごとに異なる審査効率性（screening efficiency)，人的資源管理能力である。この審査効率性ηが高い企業は，労働者を採用審査する際の費用を低く抑えることができる。2 つ目に，輸出の固定費用f_xと$e^{\varepsilon}f_x$としている。ここで，εは企業によって異なり，大きいと，輸出固定費用の負担が重くなる。このように，企業は，生産性θのみならず，審査効率性η，輸出固定費用εにおいて，異質であると仮定されている。その上で，雇用者数・賃金・輸出意思決定の誘導系計量モデルについて，最尤推定を行って，推定係数を得ている。

伝統的貿易理論に比べて，Helpman et al. (2010) のモデルは企業レベルの賃金の異質性を説明する端緒を開いたといえるが，労働者個人レベルの賃金の異質性までは十分に扱えていない。にもかかわらず，本稿で見てきたように，Helpman et al. (2010) のモデルは，既に closed-form の解を求めるのが非常に難しい。同一社内においても労働者によって賃金が異なる現実をどのようにシンプルに理論化するかは，残された課題と言える。

参考文献

Autor, D. H., Dorn, D., Hanson, G. H., & Song, J. (2014). Trade adjustment: Worker-level evidence. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.129, No.4, pp.1799-1860.

Autor, D., Dorn, D., Hanson, G., & Majlesi, K. (2016). Importing political polarization? The electoral consequences of rising trade exposure. *NBER Working Paper*, No. 22637.

Helpman, E., Itskhoki, O., & Redding, S. J. (2008). Inequality and Unemployment in a Global Economy. *NBER Working Paper*, No.14478.

Helpman, E., Itskhoki, O., & Redding, S. (2010). Inequality and unemployment in a global economy. *Econometrica*, Vol.78, No.4, pp.1239-1283.

Helpman, E., Itskhoki, O., Muendler, M. A., & Redding, S. J. (2016). Trade and inequality: From theory to estimation. *The Review of Economic Studies*, Vol.84, No.1, pp.357-405.

Helpman, E. (2018). *Globalization and Inequality*. Harvard University Press.

Melitz, M. J. (2003). The impact of trade on intra-industry reallocations and aggregate industry productivity. *Econometrica*, Vol.71, No.6, pp.1695-1725.

Stole, L. A., & Zwiebel, J. (1996a). Intra-firm bargaining under non-binding contracts. *The Review of Economic Studies*, Vol.63, No.3, pp.375-410.

Stole, L. A., & Zwiebel, J. (1996b). Organizational design and technology choice under intrafirm bargaining. *The American Economic Review*, Vol. 86, No. 1, pp.195-222.

Stolper, Wolfgang F. and Paul A. Samuelson. (1941) "Protection and Real Wages," *The Review of Economic Studies*, Vol.9, No.1, pp.58-73.

補論 1：パレート分布の期待値

労働者の能力aの密度関数は仮定よりパレート分布に従い，

$$g_a(a) = ka_{min}^k a^{-k-1}$$

となる。この時，パレート分布に従う労働者の能力aの期待値は

$$E(a) = \int_{a_{min}}^{\infty} a\, g_a(a) da = \int_{a_{min}}^{\infty} a\, ka_{min}^k a^{-k-1} da = \left[\frac{ka_{min}^k a^{1-k}}{1-k}\right]_{a_{min}}^{\infty} = \frac{ka_{min}^k}{1-k}(-a_{min}^{1-k})$$

より，

$$E(a) = \frac{ka_{min}}{k-1}, \qquad \text{for } k > 1$$

となる。

補論 2：サーチ数・能力の足切り値・賃金の外生変数表示

本文では，一階条件（FOC）について，サーチ数$n(\theta)$と能力の足切り値$a_c(\theta)$，平均賃金w(θ)を内生変数を含む形で表現した。外生変数のみでこれらの変数を表す式を導出するのは難しい。Helpman et al. (2010) の Web-based Technical Appendix（Redding のウェブサイトより入手可能）には，FOC を closed-form に書き換えた式が掲載されている。まず，Web-based Technical Appendix によれば，サーチ数$n(\theta)$と能力の足切り値$a_c(\theta)$を外生変数のみで表すと，

$$n(\theta) = \phi_1 \phi_2^{\beta(1-\gamma k)} c^{-\frac{\beta(1-\gamma k)}{\delta\Gamma}} b^{-\frac{\beta\gamma+\Gamma}{\Gamma}} \Upsilon(\theta)^{\frac{1-\beta}{\Gamma}} Q^{-\frac{\beta-\zeta}{\Gamma}} \theta^{\frac{\beta}{\Gamma}},$$
$$a_c(\theta) = \phi_1^{1/\delta} \phi_2^{1-\beta\gamma} c^{-\frac{1-\beta\gamma}{\delta\Gamma}} b^{-\frac{\beta\gamma}{\delta\Gamma}} \Upsilon(\theta)^{\frac{1-\beta}{\delta\Gamma}} Q^{-\frac{\beta-\zeta}{\delta\Gamma}} \theta^{\frac{\beta}{\delta\Gamma}}$$

となる。ここで，ζは，差別化財と同質財の代替の弾力性を定めるパラメータであり，差別化財の間の代替の方が差別化財と同質財の代替よりも容易であるので，βより小さいと仮定されている。ただし，Econometrica 公刊論文（Helpman et al., 2010）では，同質財は考慮されていないため，この式は，NBER Working Paper バージョン（Helpman et al., 2008）のモデルに対応したものと推測される。同様に，Web-based Technical Appendix に基づき，平均賃金w(θ)を外生変数で書き直すと，

$$\mathrm{w}(\theta) = a_{min}^{-k}\phi_1^{\frac{k}{\delta}}\phi_2^{(1-\beta\gamma)k}c^{-\frac{(1-\beta\gamma)k}{\delta\Gamma}}b^{\frac{1-\beta\gamma-\frac{\beta}{\delta}}{\Gamma}}\Upsilon(\theta)^{\frac{(1-\beta)k}{\delta\Gamma}}Q^{-\frac{\beta(\beta-\zeta)k}{\delta\Gamma}}\theta^{\frac{\beta k}{\delta\Gamma}} \qquad (A1)$$

となる。生産性が高い企業ほど，また輸出をしている企業ほど，平均賃金が高くなる。

補論 3：自由参入条件の導出

パレート分布$g_\theta(\theta) = z\theta_{min}^z\theta^{-z-1}$を代入して書き換えると，

左辺第 1 項の積分記号以降は，

$$\int_{\theta_d}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}\right]dG_\theta(\theta) = \int_{\theta_d}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}\right]z\theta_{min}^z\theta^{-z-1}d\theta = \int_{\theta_d}^{\infty}\left[\left(\frac{1}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}\right]z\theta_{min}^z\theta^{\frac{\beta}{\Gamma}-z-1}d\theta$$

$$= \left[\left(\frac{1}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}z\theta_{min}^z\frac{\theta^{\frac{\beta}{\Gamma}-z}}{\frac{\beta}{\Gamma}-z}\right]_{\theta_d}^{\infty} = -\left(\frac{1}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}z\theta_{min}^z\frac{\theta_d^{\frac{\beta}{\Gamma}-z}}{\frac{\beta}{\Gamma}-z} = z\theta_{min}^z\frac{\theta_d^{-z}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}} = \left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^z\frac{z}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}$$

および

$$\int_{\theta_d}^{\infty}1\,dG_\theta(\theta) = \int_{\theta_d}^{\infty}z\theta_{min}^z\theta^{-z-1}d\theta$$

$$= \left[\frac{z\theta_{min}^{z}\theta^{-z}}{-z}\right]_{\theta_d}^{\infty} = [-\theta_{min}^{z}\theta^{-z}]_{\theta_d}^{\infty} = \theta_{min}^{z}\theta_d^{-z} = \left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z}$$

より，

$$\int_{\theta_d}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_d}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}-1\right]dG_{\theta}(\theta) = \left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z}\frac{z}{z-\frac{\beta}{\Gamma}} - \left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z} = \frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z}$$

となる。同様に左辺第 2 項の積分記号以降は，

$$\int_{\theta_x}^{\infty}\left[\left(\frac{\theta}{\theta_x}\right)^{\frac{\beta}{\Gamma}}-1\right]dG_{\theta}(\theta) = \frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_x}\right)^{z}$$

となる。そのため，自由参入条件は，

$$f_d\left(\frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\right)\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z} + f_x\left(\frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\right)\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_x}\right)^{z} = f_e$$

と書き直せる。全体をf_dで割ると，

$$\left(\frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\right)\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_d}\right)^{z} + \frac{f_x}{f_d}\left(\frac{\frac{\beta}{\Gamma}}{z-\frac{\beta}{\Gamma}}\right)\left(\frac{\theta_{min}}{\theta_x}\right)^{z} = \frac{f_e}{f_d} \qquad (16b)$$

となる。固定費用の比率を代入すれば，(13)，(14) 式を利用して，閾値を求めることができる。