

都市経済学 2015 年度期末試験 解答

問 1

1-1 企業の立地点から x 離れた地点で農家が企業から財を購入する場合に直面する費用を $a(x)$ とおく。図 A で表現されるように企業がつけた価格を p 、距離あたり交通費用を t として、 $a(x) = p + tx$ となる。自家生産の場合の費用は m なので、この両者が無差別となる地点 \bar{x} において

$$a(\bar{x}) = p + t\bar{x} = m$$

が成立する。

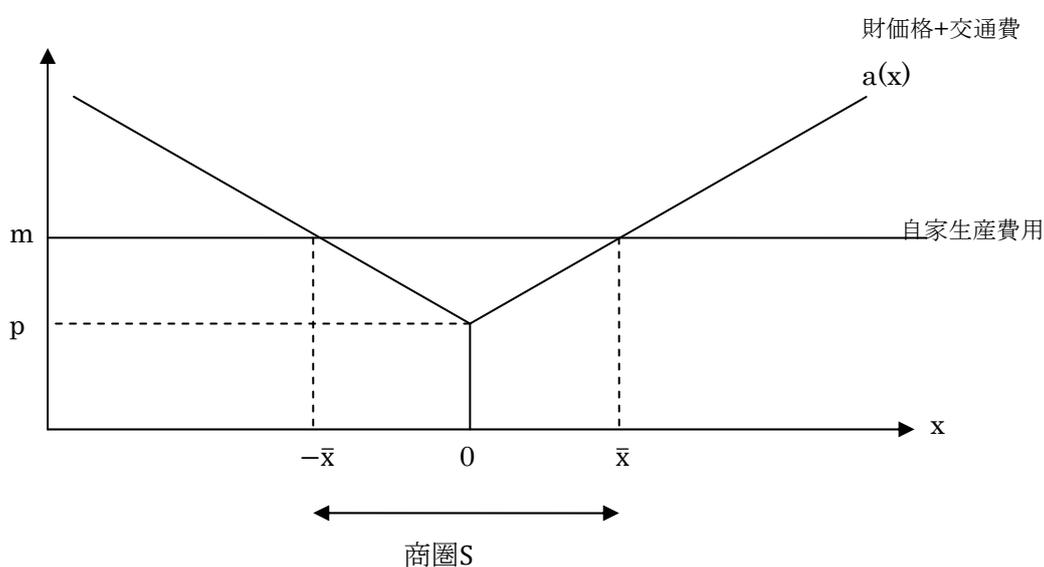


図 A

従って

$$\bar{x} = \frac{m - p}{t}$$

であり、住民の密度は 1 と仮定しているので、求める需要量は

$$D = d \times 2\bar{x} = 2d \cdot \frac{m - p}{t}$$

である。

1-2 生産量 Q の時の企業利潤 π は

$$\pi = pQ - (f + cQ)$$

と表される。この企業は商圈の中で需要を独占しているので、均衡においては $Q = D$ が成立

する。従って、1-1 の結果を代入することで利潤を価格 p の関数として表せて (注 1)

$$\pi(p) = 2d(p - c) \cdot \frac{m - p}{t} - f$$

従って、利潤最大化の一階条件は

$$\frac{d\pi}{dp} = -\frac{4p}{t}d + \frac{2}{t}(c + m)d = 0 \Leftrightarrow p = \frac{(c + m)}{2}$$

となる。

この時企業の生産量 Q は

$$Q = D = \frac{m - c}{t}d$$

となる。

1-3 まず、 t, d の変化による Q の変化を求めると

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{m - c}{t^2}d < 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial d} = \frac{m - c}{t}d > 0$$

次に $S = \frac{Q}{d}$ が成立するので、1-2 の結果を代入してから同様に偏微分すると

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial \left(\frac{m - c}{t} \right)}{\partial t} = -\frac{m - c}{t^2}d < 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial d} = \frac{\partial \left(\frac{m - c}{t} \right)}{\partial d} = 0$$

従って、交通費が増加したとき、企業の生産量は減少し商圏は狭くなる。一方需要が増加したとき、企業の生産量は増加するが商圏は変化しない。

1-4 まず、隣の企業との距離を y 、隣接企業が付ける価格を p_n と置くと、隣接企業と自企業のどちらの財を買っても費用が等しくなる農民の居住地 \hat{x} (下図 B における点 A) は、

$$p(\hat{x}) = p + t\hat{x} = p_n + t(y - \hat{x}) \Leftrightarrow \hat{x} = \frac{(p_n - p)}{2t} + \frac{y}{2}$$

となる。

$$Q = dS = \sqrt{\frac{fd}{t}}$$

1-5 財ごとに固定費用や交通費用・需要が異なるため、財の供給地（中心地）は階層構造を有する。この問題のモデルに即して説明すると、自家生産が行われない時の商圏

$S = y = \sqrt{\frac{f}{td}}$ は固定費用 f が大きければ、それを回収するために大きな商圏が必要になるので大きくなる一方、交通費 t や需要 d が大きければ小さくなる。また、期間あたりの交通費は購入頻度が高くなれば通常大きくなる。例えば家具店は個々の需要はそれほど高くなく、従って交通費は小さくなるため、個々の商圏は大きくなり立地する地点は限られる。一方で食料店は購入頻度が高く、従って交通費は大きくなるため、個々の商圏は小さくなり非常に密に立地するようになる。このように商圏の大きさは産業によって異なっている。

商圏が小さな産業が立地している状態において、商圏が大きな産業がどこに立地するかを考えると、元々商圏が小さな産業が立地している地点に立地すると考えられる（注2）。この時そういった地点では他の地点とは違って多くの産業が立地するようになり、様々な商圏の産業で同様に考えると、中心地に階層性が生まれる。またこのモデルでは人口密度は一定であったが、現実的には企業立地と住居立地は同時決定される。従って多くの産業が存在するような場所の近くは人口も大きくなり、扱う財の多様性によって財の供給地（都市）が階層を持つ中心地システムが形成される（注3）。

問2

都市の各地点において、高所得の住民 H と低所得の住民 L が提示する付け値地代を考える。 H と L は所得 y_H, y_L ($y_H > y_L$) と単位距離あたり通勤費用 k_H, k_L のみが異なり、両住民の選好は同じとする。また、地点 t において両者が提示する付け値地代を $r_b^L(t)$ と $r_b^H(t)$ とおく。

このとき、両者の提示する付け値地代曲線は均衡において少なくとも1度は交わる（注4）のでこの交点を \bar{t} と置くと、交点における付け値地代曲線の傾きは

$$\frac{dr_b^H(\bar{t})}{dt} = -\frac{k_H}{q(\bar{t}; u_H, y_H)}$$

$$\frac{dr_b^L(\bar{t})}{dt} = -\frac{k_L}{q(\bar{t}; u_L, y_L)}$$

と表される。

通常の仮定（注5）のもとでは、 $q(\bar{t}; u_H, y_H) > q(\bar{t}; u_L, y_L)$ であるので、 k_H と k_L の大小によって、どちらの傾きが大きいか分かる。

もし $r_b^L(\bar{t})$ の方が傾きが大きければ、低所得の方が交点より近くの土地に対して高い付け値を付けるため、 \bar{t} より都心側の部分では低所得の方が高い付け値地代を提示する。従

って図 C のように低所得者が都心に居住し、高所得者が郊外に居住する米国のような立地パターンが実現する。特に $k_L = k_H$ の時には必ずこうなるため、所得によって通勤費用があまり変わらないような状況ではこの立地パターンが実現しやすい。現実の米国のように、中心部に居住することによる負の外部性が存在する場合には、中心地に提示される付け値地代が小さくなるが、この影響は交通費が所得に対して相対的に小さい高所得者の方が大きくなる。そのため、このパターンがより実現しやすくなる。

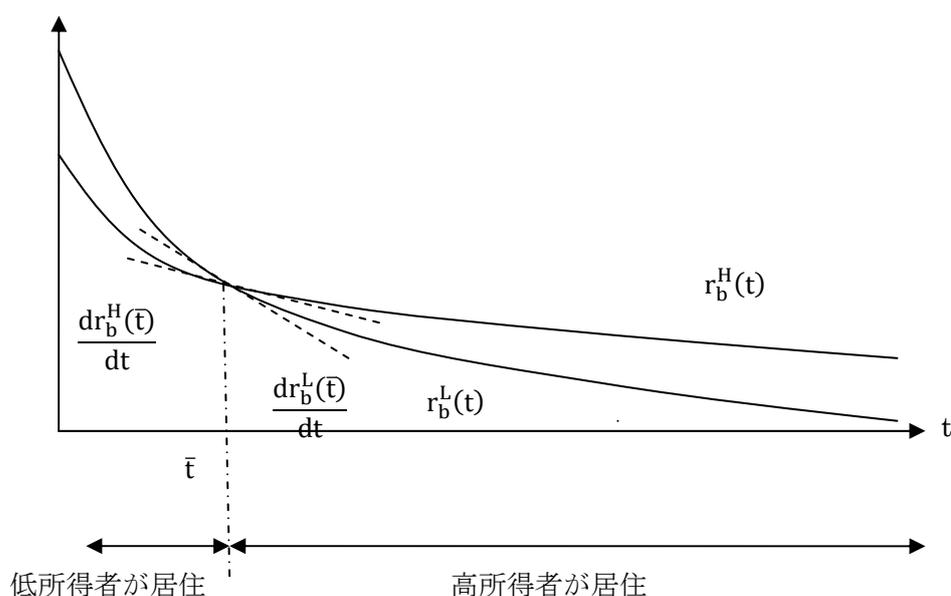


図 C

一方で、 k_H が k_L より十分大きければ高所得者の方が交点での付け値地代の傾きが大きくなるため、図 D の両曲線の関係は逆転し、低所得者が郊外に居住し、高所得者が中心部に居住する日本や欧州の一部都市ような立地パターンが実現する。これは高所得者と低所得者の通勤に対する一般化費用に大きな差がある時に実現しやすい。(注 6)

(注 1) この解答では企業は価格を用いて利潤を最大化しているが、企業は自己の商圈では需要を独占しているため、価格 p を利潤に代入して、供給量 $Q = D$ に関する関数として利潤最大化問題を解いても同じ答えが得られる。また 1-4 でも同様である。

(注 2) こうなる理由の一つとして、大きな商圈の財を購入する際に、もし小さな商圈の財を生産する企業が近くに立地していれば、購入するための交通費を節約出来ることがある。文献によっては、この性質を「買いまわりの外部性」等と呼称している。

(注 3) なお現実の大都市の形成にはこうした性質の他に、人口の密集によってもたらされる、「集積の経済」と呼ばれる生産上の正の外部性が大きな要因とされている。教科書 13-19

ページ参照。

(注 4) この性質は、教科書 70-72 ページで解説されている。なおもし付け値地代曲線が準凸関数であれば、両曲線はただ一度交わる。

(注 5) 土地消費が正常財（所得に関して需要が単調非減少）であること。

(注 6) 特に日本では通勤のための金銭費用は企業が負担する慣行が存在するため、高所得者と低所得者の間に大きな差が発生しない。そのため金銭費用に対して両方で差が出来やすい時間費用が考慮され、このような立地パターンの成立が促進されている。

文責：経済学研究科修士 2 回生 田口 麻人 (TA)