

「モーリングの定理」：数式による確認

一台あたり走行費用： $C = c(Q, K)$, $c_Q > 0, c_K < 0$

ここに Q ：交通量， K ：施設容量

規模の経済一定なら $c_Q Q + c_K K = 0$ (1)

$c\left(\frac{Q}{K}\right)$ のように表わせる．なお規模の経済があるなら < 0

社会的総費用： $TC = CQ + aK$ (2)

社会的平均費用： $AC = C + a\frac{K}{Q}$ (3)

社会的限界費用： $MC = C + c_Q Q$

社会的便益： $B = \int_0^Q P(q) dq$

ここに $P(q)$ ：利用者の（逆）需要関数（＝私的便益）

社会の目的：社会的純便益の最大化

$$\text{Max}_{Q, K} \int_0^Q P(q) dq - CQ - aK$$

Q に関する最適条件： $P(Q) - C - c_Q Q = 0$ (4)

（需要曲線＝私的費用＋混雑外部費用）

K に関する最適条件： $-c_K Q - a = 0$ (5)

（限界的混雑緩和便益＝限界的容量拡大費用）

混雑料金の収入： $R = c_Q Q^2$ (6)

(1) が成り立つのなら $\frac{R}{Q} + c_K K = 0$

上の式に最適な容量のもとで成り立つ(5)式に適用すると

$R = aK$ （＝施設整備費用）