応用一般均衡モデルと産業連関表

発表者：石橋

I. 経済の設定

- 貿易のない閉鎖経済
- 2つの企業と家計からなる。
- 完全競争市場でいずれの主体もプライステイカー
- 家計は労働して得た所得で2種の消費財を消費し効用を得る。（第1財・第2財）
- 企業は生産要素を投入していずれかの消費財を作る。

	産業1	産業2	最終需要	総産出
第1財	q_{11}	q_{12}	$\cancel{N x_1}$ $x_{11}\times L_1 + x_{21}\times L_2$	Q_1
第2財	q_{21}	q_{22}	$x_{12}\times L_1 + x_{22}\times L_2$ $\cancel{N x_2}$	Q_2
付加価値（労働）	$w_1 L_1$	$w_2 L_2$		

II. 企業の行動

- 企業はそれぞれ自らの利潤を最大化するように行動する
  - 産出量 Q_i は $Q_i = f(q_{1i}, q_{2i}, L_i) = q_{1i}^{\alpha_{1i}} q_{2i}^{\alpha_{2i}} L_i^{\alpha_{Li}}$ で決まるものとする。ただし $(\alpha_{1i} + \alpha_{2i} + \alpha_{Li} = 1)$

- 企業1の利潤：
$$\pi_1 = P_1 Q_1 - P_1 q_{11} - P_2 q_{21} - w_1 L_1$$
$$= P_1 q_{11}^{\alpha_{11}} q_{21}^{\alpha_{21}} L_1^{\alpha_{L1}} - P_1 q_{11} - P_2 q_{21} - w_1 L_1$$

これを最大化する q_{11}, q_{21}, L_1 の値を求めると

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_{11}} = 0, \quad \frac{\partial \pi_1}{\partial q_{21}} = 0, \quad \frac{\partial \pi_1}{\partial L_1} = 0 \quad より$$

$$\begin{cases} q_{11} = \alpha_{11} Q_1 \\ q_{21} = \dfrac{P_1}{P_2}\alpha_{21} Q_1 \\ L_1 = \dfrac{P_1}{w_1}\alpha_{L1} Q_1 \end{cases}$$

- 企業2についても同様に

$$\begin{cases} q_{12} = \alpha_{12} \dfrac{P_2}{P_1} Q_2 \\ q_{22} = \alpha_{22} Q_2 \\ L_2 = \dfrac{P_2}{w_2}\alpha_{L2} Q_2 \end{cases}$$

III. 家計の行動

・産業1で労働する者，2で労働する者の2種類がある．

x_{ij} ： w_i の賃金率で産業iで働く者の、財jの一人当たり需要量．

・家計は効用を最大化するよう行動する。

効用は $u_i(x_{i1}, x_{i2}) = x_{i1}^{\beta} x_{i2}^{1-\beta}$ で表されるものとする．

また．予算制約は

$$p_1 x_{i1} + p_2 x_{i2} = w_i$$

産業iで働く者の効用最大化問題はラグランジュ乗数法を用いて．

$$L(x_{i1}, x_{i2}, \lambda) = x_{i1}^{\beta} x_{i2}^{1-\beta} + \lambda(w_i - p_1 x_{i1} - p_2 x_{i2})$$

$\frac{\partial L}{\partial x_{i1}} = 0$， $\frac{\partial L}{\partial x_{i2}} = 0$， $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$ を解いて

$$\begin{cases} x_{11} = \beta \frac{w_1}{p_1} \\ x_{12} = (1-\beta) \frac{w_1}{p_2} \\ x_{21} = \beta \frac{w_2}{p_1} \\ x_{22} = (1-\beta) \frac{w_2}{p_2} \end{cases}$$

IV. 市場均衡条件

ワルラスの法則より，総超過需要の価値の総和は常に0となる

よって

$$\begin{cases} p_1 q_{11} + p_1 q_{12} + p_1 N x_1 - p_1 Q_1 = 0 \\ p_2 q_{21} + p_2 q_{22} + p_2 N x_2 - p_2 Q_2 = 0 \end{cases}$$

また，労働市場の均衡条件は

$\cancel{L_1 + L_2 = N}$ $L_1 = N_1$ ， $L_2 = N_2$

II、IIIの結果と合わせてこれらの式を解く．

ただし，p，w などの価格は比例的に変化する。

そのため $\cancel{p_1}$ $w_2 = 1$ として固定し，超過需要が0になるような

p_2 を求めればよい。

$$\begin{cases} \alpha_{11} p_1 Q_1 + \alpha_{12} p_2 Q_2 + \beta\overbrace{(w_1 L_1 + w_2 L_2)}^{y} = p_1 Q_1 \\ \alpha_{21} p_1 Q_1 + \alpha_{22} p_2 Q_2 + (1-\beta)\underbrace{(w_1 L_1 + w_2 L_2)}_{y} = p_2 Q_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_{11} Z_1 + \alpha_{12} Z_2 + \beta(w_1 L_1 + w_2 L_2) = Z_1 \\ \alpha_{21} Z_1 + \alpha_{22} Z_2 + (1-\beta)(w_1 L_1 + w_2 L_2) = Z_2. \end{cases}$$

第1財価格(p1) 第2財価格(p2)		3 5
α11 α21 αL1	 (α11+α21+αL1=1)	0.1 0.2 0.7
α12 α22 αL2	 (α12+α22+αL2=1)	0.2 0.2 0.6
β		0.5
産業1の労働者数(N1) 産業2の労働者数(N2)		10 15
産業1での賃金率(w1)	w1=(α11^(α11/αL1)) *((α21*p1/p2)^(α21/αL1)) *(αL1*p1)	0.824652689
産業2での賃金率(w2)	w2=(α22^(α22/αL2)) *((α12*p2/p1)^(α12/αL2)) *(αL2*p2)	1
q11 q21 q12 q22	q11=α11*w1*N1/(αL1*p1) q21=α21*w1*N1/(αL1*p2) q12=α12*w2*N2/(αL2*p1) q22=α22*w2*N2/(αL2*p2)	0.392691757 0.471230108 1.666666667 1.666666667
第1財の総産出量(Q1) 第2財の総産出量(Q2)	Q1=(q11^α11)*(q21^α21)*(N1^αL1) Q2=(q12^α12)*(q22^α22)*(N2^αL2)	3.926917566 6.228654698
経済の総賃金(y)	y=w1*N1+w2*N2	23.24652689
第1財の超過需要(d1) 第2財の超過需要(d2)	d1=q11+q12+βy/p1-Q1 d2=q21+q22+(1-β)*y/p2-Q2	2.006862006 -1.766105235

※p1修正の参考値(p1') ※p2修正の参考値(p2')	p1'=p1*(1+ε*d1) p2'=p2*(1+ε*d2)	3.602058602 4.116947383
(ε)		0.1

労働市場の均衡の確認		
L1 L2	L1=αL1*p1/w1*Q1 L2=αL2*p2/w2*Q2	10 18.68596409

★適当なα、β、及びＮ１、Ｎ２（労働供給）を与えた時の、２財の均衡価格を調べる。

α、β、Ｎ１、Ｎ２を入力し、ｐ１、ｐ２を暫定的に与える。

↓

賃金率（ｗ１、ｗ２）が出力される。ただし、ｐ１、ｐ２、ｗ１、ｗ２は絶対水準が決定されず、価格比のみが決定されるので、そのうちの一つ（ここではｗ２）を基準として１に固定してある。以下でｗ１を求める。

Min. $C_1 = p_1 q_{11} + p_2 q_{21} + w_1 l_1$

S.t. $Q_1 = q_{11}^{a11} q_{21}^{a21} l_1^{aL1}$

から、ラグランジュ乗数法を用いて、最適なq_{11}、q_{21}、l_1を求め、これから最小費用関数

$C_1 = \dfrac{p_1^{a11} p_2^{a21} w_1^{aL1}}{a_{11}^{a11} a_{21}^{a21} a_{L1}^{aL1}} Q_1$　を得る。$c = \dfrac{p_1^{a11} p_2^{a21} w_1^{aL1}}{a_{11}^{a11} a_{21}^{a21} a_{L1}^{aL1}}$　と置くと、$C_1 = cQ_1$

ここで、均衡では企業の利潤は０であることから、

$\pi_1 = p_1 Q_1 - C_1 = (p_1 - c) Q_1 = 0$　より、$p_1 = c$

$p_1 = \dfrac{p_1^{a11} p_2^{a21} w_1^{aL1}}{a_{11}^{a11} a_{21}^{a21} a_{L1}^{aL1}}$　をｗ１について解いたものが左表内の式である。

↓

ｑ１１、ｑ２１、ｑ１２、ｑ２２が出力される。レジュメ左側下方の６式よりＱ１、Ｑ２を消去した式から算出している。

↓

総産出量（Ｑ１、Ｑ２）が出力される。レジュメ左側中央の式$Q_i = q_{1i}^{a1i} q_{2i}^{a2i} L_i^{aLi}$から。

↓

この経済で発生する総賃金ｗ１×Ｎ１＋ｗ２×Ｎ２を、ｙとして整理する。

↓

超過需要（ｄ１、ｄ２）が出力される。レジュメ右側下から二番目の２式を、それぞれｐ１、ｐ２で両辺を割り、かつその左辺から右辺を引いたものが、それぞれ第一財・第二財の超過需要である。

↓

完全競争市場においては、超過需要があればその財の価格が上がり、超過需要は解消する。逆に超過供給（マイナスの超過需要）があれば価格は下がり、超過需要はゼロになる。

２財の超過需要をゼロにするよう２財の価格を手動で調整する。ただし価格修正の参考値（超過需要の大きさに比例して価格を増分させている。εの値を上げればより大胆な修正値を出す）を示してあるので、これをそのまま入力してもよい。

超過需要がゼロになった（ふたつの財市場が均衡した）とき、労働市場も自然に均衡し、Ｌ（労働需要）＝Ｎ（労働供給）となっているはずである。