

社会経済学2 (2012年度後期)

第3回: 内生的成長モデル

担当者: 佐々木 啓明*

*E-mail: sasaki@econ.kyoto-u.ac.jp; URL: <http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/~sasaki/>

——はじめに——

新古典派成長モデルでは, 長期における1人当たり成長率は技術進歩率に等しくなった.

しかし, その技術進歩率自体はモデルの外から与えられていた.

ここでは, 技術進歩が研究開発 (R&D) への投資により生じるモデルを説明する.

1. 経済には最終財生産部門と知識生産部門が存在する.
2. 最終財の生産には資本ストックと労働が投入され, 知識の生産には労働が投入される.
3. それら以外はほとんど新古典派成長モデルと同じ.

——生産関数——

最終財部門の生産関数.

$$Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (1)$$

Y : 最終財の産出量, K : 資本ストック, A : 知識水準, L_Y : 最終財部門の雇用量.

総人口の動学方程式.

$$\dot{L} = nL, \quad n \geq 0. \quad (2)$$

資本ストックの動学方程式.

$$\dot{K} = sY - \delta K. \quad (3)$$

——R&D 部門——

R&D 部門では, 労働と現行の知識を用いて新たな知識が生産される.

$$\dot{A} = \gamma L_A A^\phi, \quad \gamma > 0. \quad (4)$$

\dot{A} : 知識のフロー, L_A : R&D 部門の雇用量.

$\phi > 0$: 知識の蓄積が新たな知識の生産を容易にする (肩車効果).

$\phi < 0$: 知識の蓄積が新たな知識の生産を困難にする (フィッシング・アウト効果).

$\phi = 0$: 知識の蓄積が新たな知識の生産と無関係.

以下では, $\phi > 0$ を仮定する.

——Romer モデル ($\phi = 1, n = 0$)——

Romer, P. M. (1990) “Endogenous Technological Change,” *Journal of Political Economy* 98 (5), pp. 71–102.

総労働のうち R&D 部門で雇用される割合を σ とする.

$$L_A = \sigma L, \quad L_Y = (1 - \sigma)L, \quad 0 < \sigma < 1. \quad (5)$$

均斉成長経路 (BGP) では, 資本ストックの成長率が一定となる. まず,

$$\frac{\dot{K}}{K} = s \frac{Y}{K} - \delta. \quad (6)$$

これが一定となるためには, Y と K が同率で成長する必要がある.

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1 - \alpha) \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}_Y}{L_Y} \right) = \frac{\dot{K}}{K}. \quad (7)$$

以上より,

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \gamma\sigma L. \quad (8)$$

BGPにおける1人当たり所得成長率 ($g_y = \dot{y}/y$).

$$g_y = \gamma\sigma L. \quad (9)$$

これより,

$$\sigma \uparrow \implies g_y \uparrow,$$

$$L \uparrow \implies g_y \uparrow.$$

規模効果 (Scale Effects) が存在する.

——Jones モデル ($0 < \phi < 1, n > 0$)——

Jones, C. I. (1995a) “R&D-Based Models of Economic Growth,” *Journal of Political Economy* 103, pp. 759–784.

Jones, C. I. (1995b) “Time Series Tests of Endogenous Growth Models,” *Quarterly Journal of Economics* 110, pp. 495–525.

1. Romer モデルでは, R&D に従事する人数が一定であっても, 1 人当たり所得は持続的に成長する.
2. 現実には, R&D に従事する人数は増えている. しかし, 成長率は急激に上昇していない.
3. R&D の定式化が不適切では?

知識の成長率.

$$\frac{\dot{A}}{A} = \gamma\sigma LA^{\phi-1}. \quad (10)$$

これが一定となることから,

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{n}{1-\phi}. \quad (11)$$

BGPにおける Y と K の成長率.

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = n + \frac{n}{1 - \phi}. \quad (12)$$

BGPにおける 1 人当たり所得成長率.

$$g_y = \frac{n}{1 - \phi}. \quad (13)$$

これより,

$$n \uparrow \implies g_y \uparrow. \quad (14)$$

規模効果を取り除かれる.