

# 社会経済学2 (2014年度前期)

## 第2回: 新古典派成長モデル

担当者: 佐々木 啓明\*



---

\*E-mail: [sasaki@econ.kyoto-u.ac.jp](mailto:sasaki@econ.kyoto-u.ac.jp); URL: <http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/~sasaki/>

## ——はじめに——

Solow (1956)が開発し、主流派経済成長理論の基礎となった、新古典派成長モデルを取り上げる。

1. 資本制経済は安定的なのか？
2. 定常状態(長期)において、国ごとの1人当たり所得水準の違いを決定するのは何か？
3. 定常状態における成長率を決定するのは何か？

Solow R. M. (1956) “A Contribution to the Theory of Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics* 70 (1), pp. 65–94.

## ——いくつかの特徴および仮定——

1. 資本と労働の代替が可能な新古典派生産関数を用いる.
2. 資本の完全利用と労働の完全雇用が仮定される.
3. 貯蓄が自動的に投資に回される.

## ——生産関数——

規模に関して収穫一定かつ労働増大的技術進歩を含む生産関数を仮定する.

$$Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (1)$$

$Y$ : 産出量,  $K$ : 資本ストック,  $L$ : 雇用量,  $A$ : 労働の効率,  $AL$ : 効率労働.

(1) 式の両辺を  $AL$  で割り,  $y = Y/(AL)$ ,  $k = K/(AL)$  とおくと, (1) 式は次のように書き換えられる.

$$y = f(k) = k^\alpha \quad (2)$$

$y$  は効率労働単位の産出,  $k$  は効率労働単位の資本ストックと呼ばれる.

## ——投入要素の成長——

雇用量は人口に等しく,  $n$  という一定率で成長すると仮定する. また, 労働の効率は  $\gamma$  という一定率で成長すると仮定する.

$$\dot{L} = nL, \quad n > 0 \quad (3)$$

$$\dot{A} = \gamma A, \quad \gamma > 0. \quad (4)$$

$n$ : 人口成長率,  $\gamma$ : 技術進歩率.

粗投資は貯蓄に等しく, 貯蓄は国民所得の一定割合  $s$  であると仮定する.

$$\dot{K} = sY - \delta K, \quad 0 < s < 1, \delta > 0. \quad (5)$$

$s$ : 貯蓄率,  $\delta$ : 資本減耗率.

## ——資本ストックの動学——

(5) 式より, 効率資本  $k$  の動学方程式が得られる.

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \gamma + \delta)k. \quad (6)$$

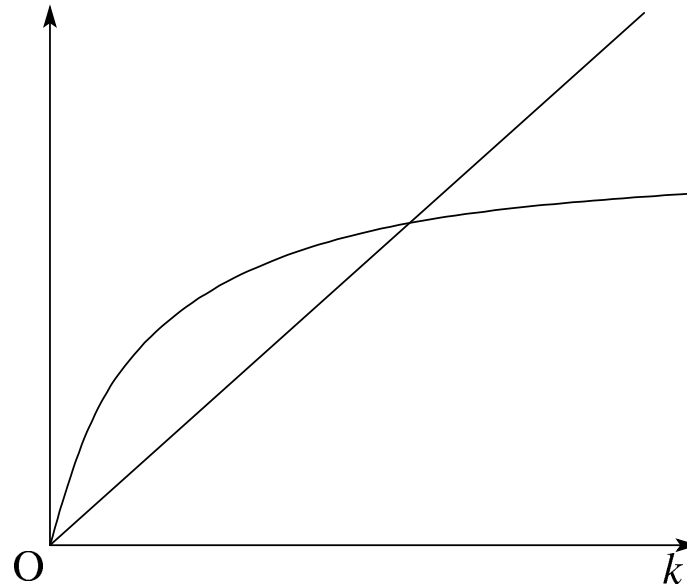


Figure 1: 効率資本の移行動学

## ——定常状態の導出——

定常状態は  $\dot{k} = 0$  となる状態.

$$sf(k) = (n + \gamma + \delta)k. \quad (7)$$

これを満たす効率資本を  $k^*$  とすれば,  $k^*$  は  $s, n, \gamma, \delta$  に依存する.

1.  $s$  が上昇すると?
2.  $n$  が低下すると?
3.  $\gamma$  が上昇すると?

## ——均斉成長経路——

各変数が一定率で成長する状態を均斉成長経路 (Balanced Growth Path: BGP) と呼ぶ。

1. BGPにおける経済成長率は？
2. BGPにおける1人当たり所得成長率は？
3. これらのBGP成長率は何に影響されるか？



## ——資本の黄金律水準——

1人当たり消費水準が最大になる資本ストックを資本の黄金律水準と呼ぶ。

$$c^* = f(k^*) - (n + \gamma + \delta)k^*. \quad (8)$$

これを最大にする  $k^*$  は, 次式を満たす  $k^*$  である。

$$\frac{dc^*}{dk^*} = f'(k^*) - (n + \gamma + \delta) = 0. \quad (9)$$

黄金律が成立しているときの貯蓄率はいくらになるか?

## ——マイナスの人口成長——

$A = 1, \delta = 0$ と簡単にする. そのかわり,  $n < 0$ つまり人口成長率がマイナスであると仮定する.

このとき, 1人当たり資本ストック  $k = K/L$ の動学方程式は次のようになる.

$$\dot{k} = sf(k) - nk = sk^\alpha - nk. \quad (10)$$

$n > 0$ のときと違い,  $n < 0$ だと  $\dot{k} = 0$ となる  $k > 0$ は存在しない.

どうやって分析するか?