期待効用理論の批判的評価

岡敏弘*

2013 年 3 月 16 日　進化経済学会　中央大学

1　はじめに

期待効用理論は、不確実性下の行動を説明する理論として、いろいろの応用分野で今でも支配的な地位を占めているが、それが実際の消費者の選択をうまく説明しないことは、実験や観察によって早くから指摘されてきた。そうした期待効用理論に反する現実の例を説明できる「非期待効用理論」が提唱されてきた。その代表的なものが、カーネマンとトベルスキーのプロスペクト理論である。ところが、彼らは、期待効用を最大化する行動こそが合理的行動であり、プロスペクト理論に従う行動は、現実がそうであるとしても、不合理で異常なもので、「規範的には受け入れがたい結果をもたらす」ものと見なした。そうだとすると、規範的経済学たる厚生経済学とその応用分野は相変わらず期待効用理論に頼らなければならないことになる。

実は、期待効用理論が説明できない現実の行動の中には、不合理な行動もあるが、合理的な行動もたくさんある。その区別を知る上で重要な事実は、期待効用理論が「基数的効用」という概念に依存しているということである。基数的効用は、マーシャルやピグーといった功利主義の経済学者にとって不可欠の概念であったが、ヒックスやカルドアによって消費者選択理論と厚生経済学が刷新されて以降は、一般的なミクロ理論では必要とされなくなった。すなわち、序数的効用で十分だというのが今日のミクロ経済学の合意事項である。

ところが、いくつかの分野ではいまだに基数的効用の概念が用いられている。マクロ経済学に「ミクロ的基礎を与える」と称される、異時点間最適化の枠組などがそうであるが、期待効用理論こそ、その代表格である。そして期待効用理論によって説明されない現実行動のうちのかなりの部分が、基数的効用概念から生まれているものなのである。消費者選択理論で基数的効用理論が過去のものであり、もはや不要のものであれば、基数的効用理論故に生じている期待効用理論の難点などは、基数的効用概念とともに単に捨て去ればいいのではないか。そうすれば、規範的には期待効用理論にしがみつき続けなければならないなどということはないのではないか。プロスペクト理論は効用関数に代えて「価値関数」というものを立てたが、それはやはり基数的な関数である。基数的効用とともに、やはり基数的な価値関数も捨てた方がいいのではないか。その通りだということを本論文は明らかにする。

まず、期待効用理論を説明し、それの難点と言われているものを紹介する。第 1 に、期待効用理論が前提としている「独立性公理」への反例であり、第 2 に、保険を買うと同時に賭けを買うという行動である。そして、非期待効用理論としてのプロスペクト理論がそれらをいかに説明するかを述べると同時にその欠点を明らかにする。そして、基数的効用概念を捨てた理論の可能性の 1 つとして、一般化された期待効用理論を紹介し、序数的効用に基づく不確実性のミクロ理論の方向を提示する。最後に、規範的分析でも基数的効用は必要ないことを示す。

* 福井県立大学経済学部、910-1195 福井県吉田郡永平寺町松岡兼定島 4-1-1、0776-61-6000、oka @ fpu.ac.jp。

2　期待効用理論

期待効用理論 (以下「期待効用最大化仮説」または「期待効用仮説」とも言う) は、期待値無限大の賭に誰も無限大の金額を投じようとしないという「セント・ペテルスブルクの逆説」を説明できるように、N. ベルヌーイが提出した行動仮説である。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルン (von Neumann and Morgenstern 1944) は、効用が、完全性、推移性、連続性、独立性という 4 つの公理を満たせば、人は期待効用を最大化するように行動していると見なしてよいことを示した。このうちはじめの 3 つの公理は、一般的な消費者選択理論で仮定されるものであるが、最後の独立性公理は、不確実性下の理論に特有のもので、普通の消費者選択理論では必要とされない。

複数の事象とそれらの起こる確率との組を「プロスペクト」と呼ぶ。たとえば、10 分の 1 の確率で 500 万ドルが得られ、10 分の 9 の確率で何も得られないという選択肢は、「プロスペクト (0.1, 0.9; 0 ドル, 500 万ドル)」と書ける。一般的には、金額 $x_i, (i = 1, 2, \cdots, n)$ が確率 $p_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ で得られるというプロスペクトは $(p_1, p_2, \cdots, p_n; x_1, x_2, \cdots, x_n)$ と書ける。独立性とは、任意の 3 つのプロスペクト A, B, C と任意の確率 $p (0 \leqq p \leqq 1)$ について

$$A \succsim B \Leftrightarrow (\alpha, 1-\alpha; A, C) \succsim (\alpha, 1-\alpha; B, C)$$

となることである。

$A = (p_1, p_2, \cdots, p_n; a_1, a_2, \cdots, a_n), B = (q_1, q_2, \cdots, q_n; b_1, b_2, \cdots, b_n)$ のとき、期待効用仮説が成り立つということは、金額 a_i, b_i の効用 $U(a_i), U(b_i)$ を使って期待効用 $EU(A) = \sum_{i=1}^{n} p_i U(a_i), EU(B) = \sum_{i=1}^{n} q_i U(b_i)$ が定義できて、

$$A \succsim B \Leftrightarrow EU(A) \geqq EU(B)$$

となるということである。$EU(A) \geqq EU(B)$ であれば、明らかに $\alpha EU(A) + (1-\alpha)EU(C) \geqq \alpha EU(B) + (1-\alpha)EU(C)$ となるから、$A \succsim B \Longrightarrow \alpha A + (1-\alpha)C \succsim \alpha B + (1-\alpha)C$、すなわち、期待効用仮説が成り立てば、独立性が成り立たなければならない。

期待効用仮説は、セント・ペテルスブルクの逆説を説明し、リスク回避あるいはリスク愛好といった人の行動を効用関数の形状だけで説明した。すなわち、効用関数が凹であれば—つまり効用逓減であれば—、リスクのあるプロスペクトがもたらす期待効用は、それと金額の期待値が等しい、リスクのない確実なプロスペクトがもたらす期待効用よりも小さくなるので、リスク回避的になる (図 1)。逆に効用関数が凸であれば、リスク愛好的になる。

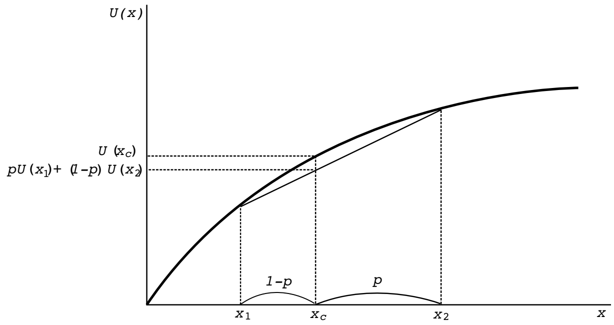

図 1　期待効用理論—リスク回避の場合—

ところが、不確実なプロスペクトの間の選択が必ずしも独立性公理を満たさないということが実験的に観察されてきた。

3　期待効用理論の難点

3.1　独立性公理への反例

たとえば、

$$a_1 = (0, 1, 0\ ;\ \ 0, 1, 5) \quad \text{(金額の単位は 100 万ドル、以下同じ)}$$

と

$$a_2 = (0.01, 0.89, 0.10\ ;\ \ 0, 1, 5)$$

との間では a_1 を選好するが、

$$a_3 = (0.89, 0.11, 0\ ;\ \ 0, 1, 5)$$

と

$$a_4 = (0.90, 0, 0.10\ ;\ \ 0, 1, 5)$$

との間では a_4 を選択する人が多いという (Allais 1952)。

これは独立性公理に反する。なぜなら、

$$\begin{aligned} a^* &= \left(\frac{1}{11}, 0, \frac{10}{11}\ ;\ \ 0, 1, 5\right) \\ k &= (0, 1, 0\ ;\ \ 0, 1, 5) \\ C^* &= (0, 1, 0\ ;\ \ 0, 1, 5) \\ c^* &= (0, 0, 1\ ;\ \ 0, 1, 5) \end{aligned}$$

とするとき、

$$\begin{aligned} a_1 &= (0.11, 0.89\ ;\ \ k, C^*) \\ a_2 &= (0.11, 0.89\ ;\ \ a^*, C^*) \\ a_3 &= (0.11, 0.89\ ;\ \ k, c^*) \\ a_4 &= (0.11, 0.89\ ;\ \ a^*, c^*) \end{aligned}$$

と表せるから、独立性公理によれば、a_1 を a_2 よりも選好する人は、必ず k を a^* よりも選好し、したがって、a_3 を a_4 よりも選好しなければならないからである。選択の対象となる 2 つのプロスペクトに共通に含まれる C^* や c^* が、選好に影響を及ぼさないというのが独立性公理の意味するところだが、上の例では共通の要素が影響を与えている。これは「共通結果効果 (common consequence effect)」と呼ばれている (Machina 1983, pp.276-277)。

次に、

$$c_1 = (0.1, 0.9, 0\ ;\ \ 0, 3000, 6000) \quad \text{(金額の単位はドル、以下同じ)}$$

と

$$c_2 = (0.55, 0, 0.45\ ;\ \ 0, 3000, 6000)$$

との間では c_1 を選好するが、

$$c_3 = (0.998, 0.002, 0\ ;\ \ 0, 3000, 6000)$$

と

$$c_4 = (0.999, 0, 0.001\ ;\ \ 0, 3000, 6000)$$

との間では、c_4 を選好する傾向があるという (Kahneman and Tversky 1979)。$n = (1, 0, 0,\ ;\ 0, 3000, 6000)$ とすると、

$$c_3 = \left(\frac{1}{450}, \frac{449}{450}\ ;\ \ c_1, n\right)$$
$$c_4 = \left(\frac{1}{450}, \frac{449}{450}\ ;\ \ c_2, n\right)$$

だから、独立性公理が成り立てば、c_1 を c_2 よりも選好する人は必ず c_3 を c_4 よりも選好しなければならない。c_1 を c_2 よりも選好し、かつ c_4 を c_3 よりも選好するのは独立性公理に反するのである。

$X = 3000, Y = 6000, p = 0.9, q = 0.45, \alpha = 1/450$ とすると、c_1〜c_4 は

$c_1 : p$ の確率で X が得られ、$1 - p$ の確率で何も得られない
$c_2 : q$ の確率で Y が得られ、$1 - q$ の確率で何も得られない
$c_3 : \alpha p$ の確率で X が得られ、$1 - \alpha p$ の確率で何も得られない
$c_4 : \alpha q$ の確率で Y が得られ、$1 - \alpha q$ の確率で何も得られない

と書ける。共通に現れる比率 α が生み出す効果なので、「共通比率効果」と呼ばれている (Machina 1983, p.278)。

さらに、期待効用理論を前提として効用関数の形を決めようとする場合に起こる現象も独立性公理を否定するものになる。ある金額 M の効用 $U(M)$ を 1 と、また $U(0) = 0$ と基準化し、任意に $0 < p < 1$ であるような p を選び、プロスペクト $(1 - p, p;\ 0, M)$ と選好上無差別な確実所得を実験によって求める。これが c_1 であったら、c_1 の効用が $U(c_1) = p$ と決まる。次に、プロスペクト $(1 - p, p;\ 0, c_1)$ と無差別な確実所得を求め、それが c_2 であったら、$U(c_2) = p^2$ と決まる。また、プロスペクト $(1 - p, p;\ c_1, M)$ と無差別な確実所得を求め、それが c_3 であったら、$U(c_3) = 2p - p^2$ と決まる。この作業を繰り返せば、0 と M との間の効用関数が得られる (図 2)。独立性公理が満たされるなら、こうして得られる効用関数は p にどの値を選ぼうと変わらないはずである。ところが、p が高ければ高いほど、$U(x)$ が高くなる傾向が観察されたのである。これは「効用評価効果」と呼ばれた (Machina 1983, pp.281-282)。

3.2 保険と賭け

不確実な損失に対して保険をかけ、同時に不確実な利得に対して賭けを行うのは普通の行動である。ところが、期待効用理論ではこれをうまく説明できない。効用関数が広域で凹であれば、期待効用最大化を目指して行動する限り、決して賭けは選択されない。つまりその人は常に危険回避的である。逆に効用関数が広域に凸であれば、一貫してリスク愛好的であって、決して保険を購入しない。

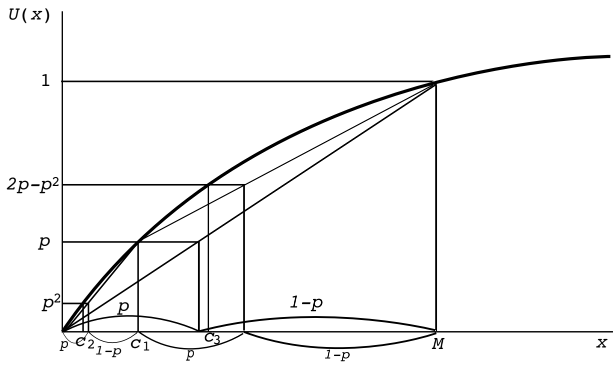

図 2　期待効用理論を使った効用関数の推定

保険と賭との同時購入を説明するためには、現在の所得よりも低い所得領域では凹の、それよりも高い領域では凸の効用関数を仮定すればよいが、そうすると、凹から凸へと転換する点が、所得の変化とともに動くことになり、それは効用関数のシフトを意味する。効用関数の形状によって行動を説明するのが期待効用理論の特徴だったのだから、その効用関数がふらふらと動いては、期待効用理論は台無しになる。

4　プロスペクト理論

これらの難点を克服すべく、期待効用理論に代わる理論が提出されてきた。代表的なものがカーネマンとトベルスキーが提出したプロスペクト理論である (Kahnemann and Tversky 1979)。そこでは、金額 x_i が p_i の確率で得られる $(i = 1, 2, \cdots, n)$ とき

$$\sum_{i=1}^{n} \pi(p_i) v(x_i)$$

が最大になるように行動すると見なされる。

$v(x_i)$ は「価値関数」と呼ばれる。効用関数に相当するものだが、任意の x_1, $x_2 (x_1 < 0 < x_2)$ について、$v'(x_1) > v'(x_2), v''(x_1) > 0, v''(x_2) < 0$ と仮定される。つまり、x_i は正のとき利得、負のとき損失を表し、利得も損失も大きくなればなるほど限界価値は減少するが、損失は利得よりも常に重く評価される (図 3)。

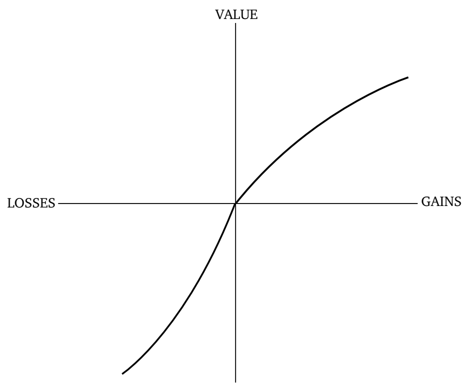

図 3　カーネマンとトベルスキーの価値関数

$\pi(p_i)$ は「確率重み付け関数」と呼ばれる。これによって客観的な確率が主観的なものに変換される。

$\pi(0)=0, \pi(1)=1$ だが、$0 \leqq p \leqq 1$ で $\pi(p)$ は連続ではなく、p が 0 に近いとき $\pi(p)>p$ だが、$0<p<1$ で $\pi(p)+\pi(1-p)<1$ とされる (図 4)。

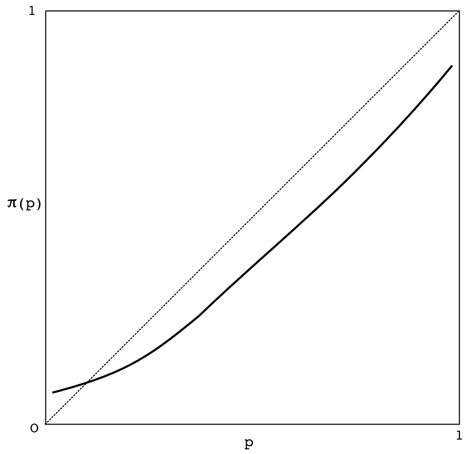

図 4　カーネマンとトベルスキーの確率重み付け関数

最初の a_1〜a_4 の例について言えば、$\pi(1)=1, \pi(0)=0, v(0)=0$ とすると、

$$[1-\pi(0.89)]v(1) > \pi(0.1)v(5) > \pi(0.11)v(1)$$

つまり

$$\frac{\pi(0.1)}{\pi(0.11)} > \frac{v(1)}{v(5)} > \frac{\pi(0.1)}{1-\pi(0.89)}$$

であれば、a_1 を a_2 よりも選好し、かつ a_4 を a_3 よりも選好するという行動を説明できる。確率重み付け関数についての仮定から

$$\frac{\pi(0.1)}{\pi(0.11)} > \frac{\pi(0.1)}{1-\pi(0.89)}$$

が成り立つので、$v(1)/v(5)$ がこれらの間にあれば、上の行動が起こる。

c_1〜c_4 の例については、

$$\frac{\pi(0.001)}{\pi(0.002)} > \frac{v(3000)}{v(6000)} > \frac{\pi(0.45)}{\pi(0.9)}$$

であれば、c_2 よりも c_1 が選ばれ、かつ、c_3 よりも c_4 が選ばれる。価値関数の形から $v(3000)/v(6000)$ は 1/2 よりも大きい。確率重み付け関数の形から $\pi(0.45)/\pi(0.9)$ はそれよりも小さい可能性が高い。また、非常に小さい確率 0.001 が 2 倍になったとき、その重み付け関数の値は 2 倍よりもかなり小さい値にしかならないから、この不等式は成り立つだろう。

保険と賭けについては、価値関数の形からは、賭けも保険も購入しないという行動が導かれる。両者を購入させるものは、確率重み付け関数の形である。すなわち、非常に低い確率について $\pi(p)>p$ であれば、価値関数の形にもかかわらず、保険と賭けをともに購入することがあり得る。

このように、プロスペクト理論は、独立性公理への反例の多くを説明し、保険と賭けの購入も許容する。しかし、理論の価値は、単に何でも説明できるというところにあるのではない。効率よく説明できる、つまり、より少ない仮定とより少ない装置でより多くの現象を説明するのが優れた理論である。効用関数の形だけでリスク回避かリスク愛好かを説明したという意味では、期待効用理論は効率的であった (しかし、間違っていたが) 利得か損失かで場合分けして価値関数を仮定し、かつ、確率がどう知覚されるかを反映した重み付け関数

を恣意的に仮定すれば、たいていのことは説明できるだろう。しかし、これだけ恣意的な装置を積み上げると、不具合も出てくる。その 1 つが確率優位なプロスペクトが選択されない可能性である。

たとえば、$p > p', p + q = p' + q', x > y > 0$ のとき、プロスペクト $(p, q; x, y)$ は $(p', q'; x, y)$ よりも明らかに有利であるが、これが必ず選択されるためには

$$\pi(p)v(x) + \pi(q)v(y) > \pi(p')v(x) + \pi(q')v(y)$$

でなければならない。これは

$$\frac{\pi(p) - \pi(p')}{\pi(q') - \pi(q)} > \frac{v(y)}{v(x)}$$

を意味する。x を y に近づけるとき、$v(y)/v(x)$ は 1 に近づく。そこで、上の式が常に成り立つためには

$$\pi(p) - \pi(p') \geqq \pi(q') - \pi(q)$$

でなければならないが、上の条件を満たす p, p', q, q' でこれが常に成り立つ保証はない (期待効用理論なら $p' - p = q' - q$ によって確率優位のプロスペクトが必ず選択されることが保証される)。

カーネマンとトベルスキーは、選択行為を、「編集」と「価値付け」の 2 段階からなるとし、基準点を決めて利得か損失かを決めたり、複雑なプロスペクトを単純化したり、比較の際無視できる共通要素を無視したりする「編集」の段階で、確率劣位なプロスペクトは排除されると見なした。しかし、そこまでやればそれこそ何でも説明できる*1。

5　一般化された期待効用理論

マシーナは、単に独立性公理を捨てて、非常に単純なわずかの仮定をおくという、プロスペクト理論とは異なった方向での問題の解決を図った (Machina 1983)。彼は、独立性公理を必要とする期待効用理論を、最大化される目的関数 (期待効用) が確率の線形関数であるものだと特徴付けた。そのことは期待効用の定義

$$EU = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i)$$

から明らかである。これが独立性公理の意味でもある。マシーナの戦略は、これを線形でなくし、単に確率の微分可能な関数とするという単純なものである。期待効用理論とマシーナの枠組との違いは、次のような「確率三角形」を使えばよくわかる。3 つの所得金額 $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$ の得られる確率をそれぞれ $p_1, p_2, p_3 (p_1 + p_2 + p_3 = 1)$ とすると、$\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, p_3)$ は、横軸に p_1、縦軸に p_3 をとった平面の $p_1 \geqq 0, p_3 \geqq 0, p_1 + p_3 \leqq 1$ によって表される領域、すなわち、図 5 の三角形上の 1 点として表される。

金額の大小から、p_1 が減れば減るほど、p_3 が増えれば増えるほど、好ましい状態になるから、図 5 の平面上を左上方へ動くとき、より好ましい状態になる。したがって、選好上の無差別曲線は右上がりの曲線になる。独立性公理、つまり、期待効用の線形性は、この無差別曲線が互いに平行な直線であるというのと同じことになる。実際、$U(x_1), U(x_2), U(x_3)$ の大きさは三角形上のどこにあろうと変わらず決まっているというのが線形性、あるいは独立性の意味だから、そのことは明らかだろう。図 5 の右上がりの実線群が無差別曲線群である。

一方、所得金額の期待値もまた、$\boldsymbol{p}$ の線形関数であるから、所得金額の期待値の等しい点を表す「等期待所得線」も、この三角形上の直線として表される。図の破線がそれである。図 5 のように、無差別曲線の傾きが

*1 後に彼らは、累積的プロスペクト理論というものによって、確率劣位なプロスペクトの選択を防ぐことができることを示した (Tversky and Kahneman 1992)。

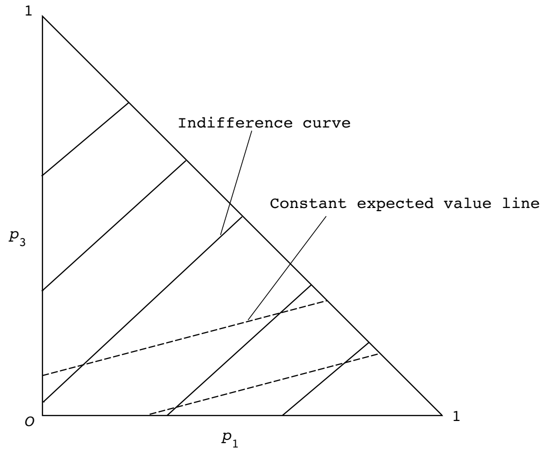

図 5　確率三角形: 独立性が成り立つ場合

等期待所得線の傾きよりも急であることは、等期待所得線に沿った右上への移動が個人の状態を悪化させることを意味する。右上方への移動は、所得 x_2 の確率が減って、所得 x_1 と x_3 の確率が上がること、つまりリスクの高い状態への移動を示すから、所得期待値が同じでリスクの増える変化が選好されないということは、リスク回避的であることを示している。すなわち、無差別曲線が等期待所得線よりも急であることがリスク回避を示す。この図と反対に、無差別曲線が等期待所得線よりも緩やかであれば、リスク愛好的である。

一般化された期待効用理論は、無差別曲線が互いに平行な直線であることを必要としない。ただ、それがなめらかで接線が存在する曲線であることを仮定している。そして、無差別曲線の接線の傾きが等期待所得線の傾きよりも急であれば、その場所でリスク回避的である。確率三角形上を左上に移動することは必ず個人の状態を改善するが、確率優位なプロスペクトはより左上方にあるので、確率優位なプロスペクトが選好されないということは起こりえない。

この理論は、期待効用理論への反例をすべてうまく説明する。初めの問題の a_1, a_2, a_3, a_4 は、$x_1 = 0$, $x_2 =$ 100 万, $x_3 = 500$ 万 とすると、図 6 の 4 点 $\boldsymbol{a}_1 = (0, 0), \boldsymbol{a}_2 = (0.01, 0.10), \boldsymbol{a}_3 = (0.89, 0), \boldsymbol{a}_4 = (0.90, 0.10)$ として表せる。$\boldsymbol{a}_2 - \boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_3 - \boldsymbol{a}_4$ とは平行だから、独立性公理が成り立ってすべての無差別曲線が互いに平行な直線であれば、$\boldsymbol{a}_1$ が $\boldsymbol{a}_2$ よりも選好されるなら、$\boldsymbol{a}_3$ が $\boldsymbol{a}_4$ よりも選好されなければならない。しかしながら、線形性を放棄するならば、図 6 のように、$\boldsymbol{a}_1$ が $\boldsymbol{a}_2$ よりも選好され、かつ $\boldsymbol{a}_4$ が $\boldsymbol{a}_3$ よりも選好されることを可能にする無差別曲線群はいくらでも存在するのである。

このような共通結果効果を説明しうる無差別曲線群の特徴は、左上方に位置する無差別曲線が右下方に位置する無差別曲線に比べて大きい勾配をもつということである。つまり、無差別曲線群が「扇状に広がっている (fanning-out)」のである (Machina 1983, p.283)。これは確率優位な分布に移るとき、よりリスク回避的になることを意味する。

共通比率効果も、この扇状無差別曲線によって説明できる。プロスペクト c_1, c_2, c_3, c_4 は、図 7 の 4 点 $\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \boldsymbol{c}_3, \boldsymbol{c}_4$ によって表される。$\boldsymbol{c}_2 - \boldsymbol{c}_1$ と $\boldsymbol{c}_4 - \boldsymbol{c}_3$ とは平行だから、独立性が成り立てば、$\boldsymbol{c}_1$ を好む人は $\boldsymbol{c}_3$ をも好まなければならない。しかし、独立性を放棄して扇状無差別曲線を仮定すれば、$\boldsymbol{c}_1$ を好みながら $\boldsymbol{c}_4$ を好むことが可能になる。

扇状無差別曲線は効用評価効果も説明する。プロスペクト $(0.5, 0.5; 0, M)$ と無差別な確実所得を c_1 とし、図 8 が、金額 $0, c_1, M$ の得られる確率 p_1, p_2, p_3 についての確率三角形であるとしよう。$(0.5, 0.5; 0, M)$ と確実な c_1 とが無差別であるから、三角形の斜辺の中点 A を通る無差別曲線が原点を通る。次に縦軸に沿った三

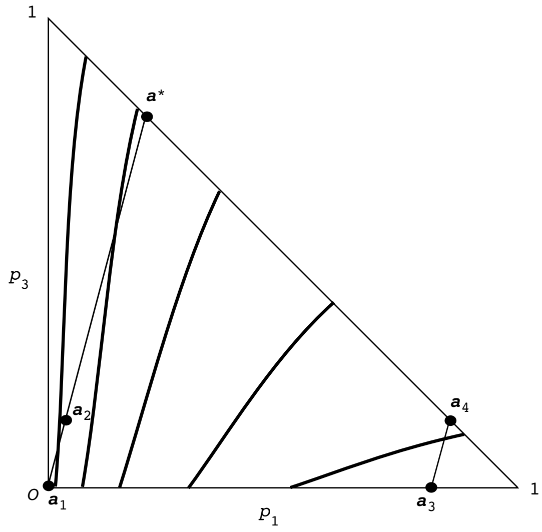

図 6　確率三角形: 共通結果効果

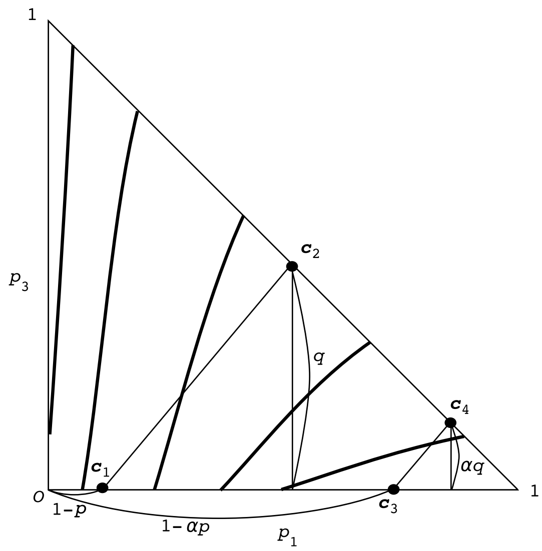

図 7　確率三角形: 共通比率効果

角形の辺の中点 B で表されるプロスペクトと無差別な確実所得を求めるのが次の手続きである。これが c_2 であるとすると、$U(0)=0, U(M)=1$ と基準化したとき、$U(c_1)=0.5, (c_2)=0.75$ というように効用関数の値が決まる。

初めに $(0.5, 0.5; 0, M)$ と無差別な確実所得ではなく、$(0.25, 0.75; 0, M)$ と無差別な確実所得を求めても、同じ効用関数が得られるはずだというのが独立性公理に基づく期待効用理論の予想であるが、実際はそうならず、後者の方が大きい効用の値を与える。扇状無差別曲線を前提とすれば、この現象は次のように説明される。

プロスペクト $(0.25, 0.75; 0, M)$ は三角形の斜辺を左上方から 1:3 に内分する点 C によって表されるが、無差別曲線が扇状であれば、この点は点 B よりも好まれない可能性が高い。そのとき、点 C と無差別な確実所得 c_1' は c_2 よりも小さくなる。効用評価の手続きからして $(c_1')=0.75$ となるが、$(0.5, 0.5; 0, M)$ から始めたときは $U(c_2)=0.75$ だったのだから、$(0.25, 0.75; 0, M)$ から始めた方がより小さい金額で 0.75 の効用を与え

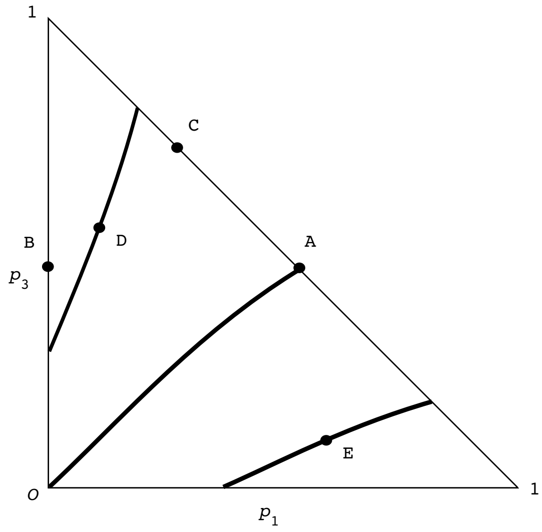

図 8　確率三角形: 効用評価効果

ることになる。つまり、より高い効用関数が得られるわけである。

扇状無差別曲線では、三角形上の左上方に移動すればするほど、無差別曲線の勾配が急になる。図 8 で点 D を通る無差別曲線が点 E を通るそれよりも急な勾配をもつように、である。これは、点 E では、低い金額の確率の上昇を補償して効用を一定に保つために必要な高金額の確率の上昇が小さくてすむのに対して、点 D では、高金額の確率がもっと大きく増えなければ補償されないということを示している。左上方では右下方に比べて、高金額の確率が増加し、低金額の確率が減少している。このとき、高金額確率の低金額確率に対する限界代替率が上昇しているのである。これをマシーナは「低確率事象の確率変化の過大評価」と呼んだ (Machina 1983, pp.278-281) が、一般の財の消費者選択に関する理論での限界代替率逓減に相当する現象で、そこでは普通に仮定されることである。

これは、低金額の確率が低くなればなるほど、リスク回避的になり、保険を買う可能性が高くなるということを意味している。逆に低金額の確率が高ければ、リスク愛好的になり、賭けを買う。

6　序数主義的分析

マシーナの枠組では、確率三角形上のどの 1 点もある水準の効用を与えるが、効用の絶対的な大きさについて何も言う必要がなく、ある点から別の点に移動したときに効用がどれだけ変化するかを言う必要がない。その意味で「序数主義」的分析と言っていいだろう。一般に効用関数で考えるのが「基数主義」の特徴であり、無差別曲線で考えるのをが「序数主義」の特徴である。

無差別曲線で考える場合、表現できる変数の数には限りがあり、効用に影響を与える変数としては金額と確率の両方があるのだから、いろいろな種類の無差別曲線分析が可能である。マシーナの場合は、金額を固定して確率が変化する枠組での無差別曲線分析を行った。確率を固定して金額を変化させる無差別曲線枠組を提出したのがミシャンである。

ミシャン (Mishan 1976) は、図 9 のように、縦軸に確実所得 m_0 をとり、横軸に確率 p で得られる所得 m_1 をとる。右上方へ行くほど効用は高まるから、無差別曲線は右下がりで通常下に凸だろう。図の I はその 1 つである。ある個人の初めの状態が図の ā だったとしたら、この個人は、確実所得を $\bar{m}_0$、確率 p の不確実所得

を $\bar{m}_1(<0)$ だけもっている。つまり、確率 p で $-\bar{m}_1$ を失い、所得は $\bar{m}_0+\bar{m}_1$ になってしまうかもしれないのである。ここで、その損失をもたらす事象が起こったときに金額 x を受け取る保険を対価 πx で購入できる機会が開かれたとすると、点 $\bar{\mathrm{a}}$ を通る傾き $-\pi$ の直線上の任意の点を選択できるようになる。これは予算線である。このとき、無差別曲線 I がこの図のように予算線と縦軸との交点で予算線に接していたとすると、この個人は点 $\bar{\mathrm{a}}$ を選択するだろう。保険を購入して所得を $\bar{m}_0+\pi\bar{m}_1$ に確定させたのである。ちなみに、$\pi=p$ ならば、保険をかける前と後との所得の期待値が同じである。

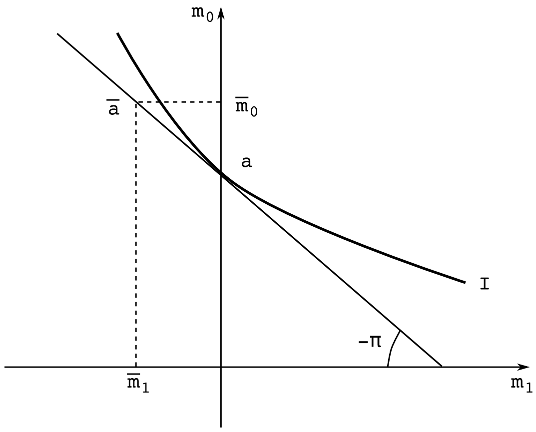

図 9　金額を変数とした序数主義分析

もしも、図 10 のように、無差別曲線が縦軸上ではない a' のような点で予算線と接していたら、損害額以上の保険をかけることになる。つまり、保険を買って所得 $\bar{m}_0+\pi\bar{m}_1$ に確定した上でさらに、当たれば m_1' がもらえるくじを $\pi m_1'$ 払って買ったのである。

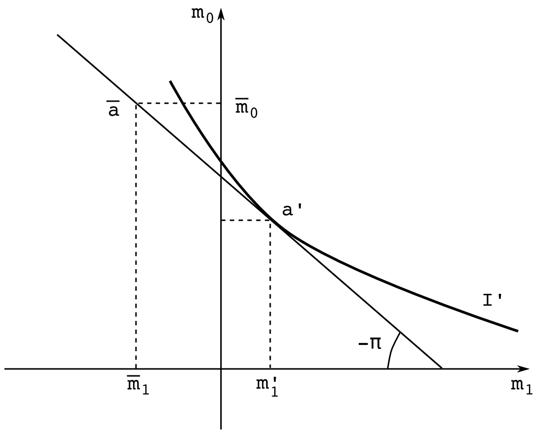

図 10　金額を変数とした序数主義分析—賭けを買う場合

このように、この枠組では、保険をかけると同時に賭けを買う行動は別に不思議ではない。なぜなら、保険をかける行為と賭を買う行為とは、ともに、不確実所得を増やす (損失の場合は損失を減らす) という同じ行為だからだ。ミシャンは、「リスク」という語を、損失を被る可能性だけに使い、利得を得る可能性には「チャンス」という語を当てている。行動は、初期状態の点の位置と、無差別曲線が予算線とどこで接するかとによって決まるが、予算線上を右下へ動く行動をとるとき、この個人はリスク回避またはチャンス追求をしている。

その行動がリスク回避であるかチャンス追求であるかは、縦軸の左か右かによる。逆に予算線を左上へ動く行動をとるとき、この個人はリスク追求かチャンス回避をしているのである。

7 規範的分析への応用

以上、確率を変数とするものであれ、金額を変数とするものであれ、無差別曲線を用いた序数主義的分析が、基数的効用を前提にする期待効用理論や基数的価値関数を前提にするプロスペクト理論と同じかそれ以上の予測力をもち、かつ、期待効用理論が陥った難点からは最初から自由であったということを示してきた。カーネマンとトベルスキーは、規範的には期待効用理論に頼るしかないと考えていたようだが、規範的応用分野で期待効用理論はそもそも必要ではなかったし、期待効用理論を使うことはかえって有害であることを示そう。

人の健康や生命に関わる影響をもつ公共事業や規制に費用便益分析を適用する際、人命の価値を測る必要が生じるが、交通事故の補償などの際に用いられる逸失所得に基づく評価が、長く人命の価値として用いられてきた。しかし、便益・費用は、支払意思額 (WTP)・受入補償額 (WTA) でなければならないという、厚生経済学上確立された原則から、それは明らかに外れている。しかし、意味のある有限の値として、死亡の WTA や死亡回避の WTP を考えることはできない。この行き詰まりを破ったのが、不確実な死亡の確率の増減については、意味のある WTP や WTA を考えることができるというアイデアであった (Schelling 1968, Mishan 1971)。つまり、微少な死亡率の減少に対して人は現に金を払っているだろうし、微少な死亡率の増加と引き換えに人は金を得ているだろう。こうして、リスク削減への WTP(またはリスク増加の WTA) を測り、それを当のリスク削減量 (または増加量) で割ったものを「確率的生命の価値 (value of a statistical life)」と呼び、それを、公共事業や規制の費用便益分析に用いるようになった。

人命に関わる費用便益分析の厚生経済学的基礎は以上で尽きているが、この確率的生命の価値の概念を、さらに期待効用理論によって「基礎付け」ようとする経済学者が多い (Cropper and Freeman 1991, Thaler and Rosen 1976, Shepard and Zeckhauser 1982)。このようなモデルの代表的なものは、人々が、現在から先の生涯のうちの各年齢での消費から得られる効用の、死亡率を考慮した期待値、すなわち期待効用を最大化するように行動すると仮定する。すなわち、現在 j 歳の消費者が

$$V_j = \sum_{t=j}^{T} (1+\rho)^{j-t} q_{j,t} U(c_t)$$

を最大化すると仮定する—ただし、T は生存可能な最高年齢、ρ は主観的時間割引率、$q_{j,t}$ は t 歳まで生きる確率、$U(c_t)$ は t 歳時の消費 c_t から得る効用—(Cropper and Freeman 1991)。ただし、消費 c_t は制約条件

$$\sum_{t=j}^{T} q_{j,t}(1+r)^{j-t} c_t = \sum_{t=j}^{T} q_{j,t}(1+r)^{j-t} y_t + W_j$$

に従う—r は利子率、y_t は t 歳時の所得、W_j は初期資産—。k 歳までの生存率 $q_{j,k}$ の減少に対する、この j 歳の消費者の WTA は、上の V_j を最大化する問題の解 V_j^* を、そうした生存率の減少にもかかわらず一定に保つような初期資産 W_j の増加分であると定義される。これを生存率減少分で割ると確率的生命の価値が得られるというわけである。

しかし、この「基礎付け」は、確率的生命の価値という概念が必要になった出発点を否定している。なぜなら、これは、生きて c_t だけ消費する場合の効用 $U(c_t)$ と死亡した場合の効用との、それぞれの生起確率を重みとした期待値を最大化するという行動を仮定しているが、生きている場合の効用と死んだときの効用とが有限の差をもって定義できるのなら、確実な死を受け入れるに足る有限の補償金額とか、それを避けるための支払

意思額とかが定義できそうだからである。それができるのなら、不確実な状況を想定して WTP や WTA を考える必要もなかったであろう。

健康・生命に関わる費用便益分析で必要なのは、リスクの増減に対する WTA・WTP が存在するということだけである。それが期待効用最大化行動から帰結するという理論は必要でもなければ有益でもない。WTP や WTA の計測においてそうした理論が用いられたこともない。リスク削減を横軸に取り、貨幣を縦軸にとった平面に、右下がりで凸の無差別曲線群が存在すれば、WTP や WTA は定義でき、計測できるのである。

8 むすび

以上のように、記述的分析においても、規範的分析においても、序数主義の枠組で十分であり、基数的効用を前提とする期待効用理論は初めから不要だったし、その難点を克服するためのプロスペクト理論も無益なのである。

参考文献

[1] Allais, M. (1952), 'The foundations of a positive theory of choice involving risk and a criticism of the postulates and axioms of the American school,' (translation of 'Fondements d'une théorie positive des choix comportant un risque dt critique des postulats et axioms de l'ecole Americaine, ' Paris CNRS), in [2].

[2] Allais M. and O. Hagen (1979), *Expected utility hypotheses and the Allais Paradox: contemporary discussions of decisions under uncertainty with Allais' rejoinder*, D. Reidel, Dortrecht, Holland.

[3] Cropper, M. L. and A. Myrick Freeman III (1991),'Environmental health effects,' J. E. Braden and C. D. Kolstad eds. *Measuring the demand for environmental quality*, Elsevier Publishers, 165-211.

[4] Kahnemann and Tversky (1979), 'Prospect theory: an analysis of decision under risk,' *Econometrica*, **47**, 263-291.

[5] Machina, M. J. (1983), 'Generalized expected utility analysis and the nature of observed violations of the independence axiom,' in [11], 263-293.

[6] Mishan, E.J. (1971b), 'Evaluation of life and limb: a theoretical approach', *Journal of Political Economy*, pp.687-705.

[7] Mishan, E.J. (1976), 'Choices involving risk: simple steps toward an ordinalist analysis', *Economic Journal*, **86** (December), 759-777.

[8] Neumann, J. von and O. Morgenstern (1944), *Theory of games and economic behavior*, 1st edition, Prinston University Press, 3rd edition 1953.

[9] Schelling, T. C. (1968), 'The life you save may be your own', in Chase, S. B., Jr. ed. *Problems in Public Expenditure*, Brookings Institution, pp. 127-176.

[10] Shepard, D. S. and R. J. Zeckhauser (1982) 'Life-cycle consumption and willingness to pay for increased survival,' Jones-Lee ed. *The value of life and safety*, North-Holland, 95-141.

[11] Stugum, B. P. and F. Wenstøp (eds.) (1983), *Foundations of utility and risk theory with applications*, Reidel.

[12] Thaler, R. and S. Rosen (1976), 'The value of life savings,' in *Household production and consumption* ed. N. Terleckyj, Columbia U Pr.

[13] Tversky, A. and Kahnemann, D. (1992), ‘Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty’, *Journal of Risk and Uncertainty*, **5** (4), 297-323.