社会経済学2 (2019年度後期)

第4回: ハロッド・モデル

担当者: 佐々木 啓明*

*E-mail: sasaki@econ.kyoto-u.ac.jp; URL: http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/˜sasaki/

——はじめに——

新古典派成長モデルによると, 経済は長期的に定常状態と呼ばれる状態に安定的に収束することがわかった. そして, 新古典派成長モデルでは, 労働の完全雇用と資本ストックの完全利用が前提とされていた. しかし, 資本主義経済は本当に安定的なのだろうか. そして, 労働の完全雇用と資本ストックの完全稼働を維持するのは容易なことなのだろうか.

今回取り上げるハロッド・モデル(あるいはハロッド=ドーマー・モデル)は, このような問題に取り組むものである. ハロッド・モデルは, 静学的ケインズ・モデルを動学化したモデルである.

Harrod, R. F. (1939) “An Essay in Dynamic Theory,” *The Economic Journal*, 49, pp. 14–33.

Domar, E. D. (1946) “Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment,” *Econometrica*, 14 (2), pp. 137–147.

ケインズ・モデル

ケインズ・モデルは, 資本蓄積のない短期モデルであり, 最大の特徴は有効需要の原理が作用するモデルであるということである.

有効需要の原理とは, 産出や雇用や決定するのは供給ではなく, 需要であるという考え方である.

新古典派成長モデルは, 労働の完全雇用と資本ストックの完全利用が仮定されており, ある時点における総労働量と資本ストックが $\bar{L}, \bar{K}$ で与えられるならば, 産出量は $Y = F(\bar{K}, \bar{L})$ で決定される. つまり, $F(\bar{K}, \bar{L}) = C + I$ という財市場の均衡条件において, 因果関係は左辺から右辺へ向かっている.

これに対して, ケインズ・モデルでは, 総需要である$C + I$が先に決まっていて, これに見合うようにYが決定される. つまり, $Y = C + I$という財市場の均衡条件において, 因果関係は右辺から左辺へ向かっている.

このとき, 総需要によって決定されるYに見合うように, 雇用量や資本の稼働率が決定される. こうやって決まる雇用量や資本の稼働率は, 当然のことながら, 完全雇用水準や完全稼働水準に等しくならない.

ケインズ・モデル

1 つの国民経済を想定する．政府支出と貿易は無視する．総生産を Y, 総需要を Y^D とすれば, 有効需要の原理は

$$Y = Y^D. \tag{1}$$

で表される．これは, 右辺が左辺を決めていると解釈するべきものである．

総需要を定式化する．Y^D は消費需要 C と投資需要 I によって構成される．

$$Y^D = C + I. \tag{2}$$

消費需要と投資需要を決定する必要がある. 短期モデルなので, 投資は所与であると仮定する.

$$I = \bar{I}. \tag{3}$$

これは, 企業の設備投資が, 何らかの水準に先決されていることを意味する.

消費需要を定式化する代わりに, その裏側にある貯蓄需要を定式化する. 貯蓄Sは総所得Yの一定割合sだと仮定する.

$$S = sY, \quad 0 < s < 1. \tag{4}$$

これは, 新古典派成長モデルと同じ定式化である. この場合, 消費は$C = (1 - s)Y$となる.

財市場の均衡条件は

$$Y = C + I \tag{5}$$

となり, $Y - C = I$ と変形して, $Y - C = S$ を用いれば,

$$sY = \bar{I} \tag{6}$$

が得られる. これより, 財市場を均衡させる産出量は

$$Y = \frac{\bar{I}}{s}. \tag{7}$$

貯蓄率は $0 < s < 1$ なので, $1/s$ は1より大きくなる. ただし, こうして決められた総生産は, 生産要素を100%使い切っているとは限らない.

ハロッド・モデルでは, 新古典派成長モデルと異なり, 労働と資本ストックの代替がない固定係数の生産関数が使用される.

固定係数の生産関数では, ある一定量の財を生産するのに必要な労働と資本ストックの比率が固定されている.

このような生産関数の代表が, レオンチェフ型生産関数である.

$$Y = \min\{aE, u\sigma K\}, \quad a > 0,\ \sigma > 0,\ 0 < u \leq 1. \tag{8}$$

E: 雇用量, K: 資本ストック, a: 労働生産性, σ: 潜在産出・資本比率 (= Y^C/K), u: 稼働率.

企業が合理的であれば, $aE = u\sigma K$ となる状態で生産するはずである. なぜなら, $aE < u\sigma K$ であるということは, 資本ストックが過剰であることを意味し, 企業は余分な資本費用を払うことになる. また, $aE > u\sigma K$ であるということは, 労働が過剰であることを意味し, 企業は余分な賃金を払うことになる.

企業が費用を最小化するならば, $aE = u\sigma K$ となる状態で生産する. このとき, $E/K = u\sigma/a$ となり, 労働と資本ストックの比率は固定されている.

労働供給量を L とおき, 労働が完全雇用されているときの産出量を Y^F とすると, $Y^F = aL$ となる.

同様に, $u = 1$ とおき, 資本が完全稼働されているときの産出量を $Y^C = \sigma K$ とする.

すると, 実際の産出量 Y と Y^F, あるいは Y と Y^C を比較することで, 以下のことが言える.

$Y < Y^F$ ⇒ 失業の発生.

$Y > Y^F$ ⇒ 超過勤務.

$Y < Y^C$ ⇒ 不完全稼働.

$Y > Y^C$ ⇒ 100%以上の稼働.

短期では資本ストックが一定なので, 短期では雇用量が内生変数となっている. 総需要の量が労働が完全雇用される生産量に満たない場合, 失業が発生することになる.

動学化: 保証成長率

短期では, 資本ストックが一定であった. ケインズ・モデルを経済成長のモデルとするためには, 資本蓄積を考慮する必要がある. 企業が設備投資を行うと, その分だけ有効需要が増えるのみならず, 生産能力(生産規模)が増強される. つまり, K が増えると Y^C も増えることになる.

このように, 設備投資を行うことで, 有効需要と資本ストックが同時に増えることを, 投資の二重性と呼ぶ.

資本蓄積の式は, ソロー・モデルと同様である. すなわち, 純投資は, 粗投資から資本減耗分を差し引いたものになる.

$$\dot{K} = I - \delta K, \quad 0 \leq \delta \leq 1. \tag{9}$$

ここで, ハロッドにならい, 保証成長率という概念を導入しよう. 保証成長率とは, 資本ストックが完全稼働されるときの成長率と定義される.

$u = 1$ のときの産出量は

$$Y^C = \sigma K \tag{10}$$

で与えられる.

これより, 産出の成長率は資本ストックの成長率に等しくなる.

$$\frac{\dot{Y}^C}{Y^C} = \frac{\dot{K}}{K}. \tag{11}$$

純投資の式より,

$$\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y^C}{K} - \delta \tag{12}$$

$$= s\sigma - \delta \tag{13}$$

となる. 保証成長率をg_wと書くことにすれば,

$$g_w = s\sigma - \delta \tag{14}$$

が得られる.

したがって, 保証成長率は貯蓄率を潜在産出・資本比率で割ったものから資本減耗率を引いたものに等しくなる.

動学化: 自然成長率

今度は, 労働が完全雇用されるときの成長率を考えてみよう. ハロッドはこの成長率を自然成長率と定義した. 労働が完全雇用されるときの産出量は,

$$Y^F = aL \tag{15}$$

で与えられる. これより,

$$\frac{\dot{Y}^F}{Y^F} = \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{L}}{L} \tag{16}$$

が得られる.

労働生産性の上昇率をγ, 労働供給の成長率をnとし, 自然成長率をg_nとすれば,

$$g_n = \gamma + n \tag{17}$$

となる.

つまり, 自然成長率は労働生産性上昇率と人口成長率を足し合わせたものに等しくなる. これは, ソロー・モデルの均斉成長経路における産出の成長率に等しい.

ハロッド=ドーマーの条件

労働が完全雇用され, かつ資本ストックが完全稼働される状態が長期的に持続するためには, 保証成長率と自然成長率が等しくなる必要がある.

$$s\sigma - \delta = \gamma + n. \tag{18}$$

これをハロッド = ドーマーの条件と呼ぶ.

この条件は現実に満たされるだろうか. s, σ, δ, γ, n は, それぞれ外生的に与えられるパラメータであり, それぞれ独立の要因によって決定されると考えられる. そのため, 上の式の両辺がちょうど等しくなるのは, 偶然でしかない. つまり, 労働が完全雇用され, かつ, 資本ストックが完全稼働される状態が長期的に持続することは, ほとんど不可能である.

これは, ソロー・モデルとは対照的である. ソロー・モデルでは, 短期であろうが長期であろうが定常状態であろうが, いかなるときでも, 労働は完全雇用され, 資本ストックは完全稼働されている. つまり, いかなるときでも, 上述のハロッド=ドーマーの条件が満たされているのである.

ハロッド・モデルとソロー・モデルはどこが異なるのだろうか. 貯蓄率s, 資本減耗率δ, 技術進歩率γ, 人口成長率nに関しては, 両モデルとも共通である. 違いは, ハロッド・モデルにおけるσ, ソロー・モデルにおけるY/Kの部分にある.

ハロッド・モデルでは, σは定数である. しかし, ソロー・モデルでは, 生産関数において労働と資本ストックの代替が可能なため, $\sigma = Y/K$は変数である(ソロー・モデルでは, つねに$Y = Y^C = Y^F$が成立していることに注意). そして, 保証成長率と自然成長率が等しくなるように調整される.

ナイフ・エッジ

最後に, ハロッド・モデルの動学は安定なのかどうかを分析してみよう. そのためには, 動学的な投資関数を導入する必要がある. ここでは, 以下のような投資関数を導入する. 現実の成長率 g は次式に従って変動すると仮定する.

$$\dot{g} = \alpha(u - 1), \quad \alpha > 0,\ u = Y/Y^C. \tag{19}$$

パラメータ α は投資の調整速度を表している. この投資関数, 企業は現実の稼働率が 1 より大きいか小さいかに応じて, 投資を増やしたり減らしたりすることを表している.

ここで, 単純化のために, 資本減耗率はゼロであると仮定する(資本減耗率がプラスであっても, 同じようにして分析することが可能である).

稼働率を変形すると,

$$u = \frac{Y}{Y^C} = \frac{\frac{Y}{K}}{\frac{Y^C}{K}} = \frac{\frac{g}{s}}{\frac{g_w}{s}} \tag{20}$$

$$= \frac{g}{g_w} \tag{21}$$

となることがわかる.

これより, 動学的投資関数は次のように書き換えられる.

$$\dot{g} = \alpha(g/g_w - 1). \tag{22}$$

定常状態は$\dot{g} = 0$となるときであり, このとき, $g = g_w$が成立している. つまり, 現実の成長率は保証成長率に等しくなっている.

$$\frac{d\dot{g}}{dg} = \frac{\alpha}{g_w} > 0 \tag{23}$$

となることから, 定常状態g^*は不安定であることがわかる.

つまり, g の経路は不安定であり, g が g_w が少しでも離れると, g はゼロに向かうか, プラスの方向に発散していくかのいずれかである. いずれにしても, ハロッド・モデルの動学は不安定であり, 安定的に定常状態へ収束していくソロー・モデルとは対照的である.

資本の成長率が g_w 以下になる $\to$ 総生産が縮小し稼働率が 100%以下になる $\to$ 資本設備が過剰だと判断した企業は投資を減らす $\to$ 総生産がさらに減り稼働率もさらに低下する $\to$ 資本の成長率がますます g_w から乖離する $\cdots$